THEORIA
COCHLEÆ ARCHIMEDIS
AB OBSERVATIONIBUS,
EXPERIMENTIS,
ET ANALYTICIS RATIONIBUS
DUCTA,

AUCTORE

JACOBO BELLOGRADO
E SOC. JESU

REG. SCIENT. ACAD. PARIS. CORRES.,
INSTIT. BONON., UTRIUSQUE SENENSIS
ACAD., RAVENAT., CORTONENSIS,
UTIN., VEN. &c. SOCIO

PARMÆ, MDCCLXVII.

EXCUDEBAT PHILIPPUS CARMIGNANI
Superioribus Annuentibus.

Μὴ μὰν ἀσπουδί γε καὶ ἀκλειῶς ἀπολοίμην.

Hom. Iliad X.

CAPITUM INDEX.

VII.

CA-

PRÆFATIO.

ARchimedis Cochleam, ingenii, industriæ, mysterii plenam, usui facilem, aquis evehendis perutilem, ex Geometriæ fontibus ductam vobis affero illustrandam; de qua licet multi præclari Auctores multa scripserint, hactenus tamen inventus est nemo, qui singula, & universa, quæ tum ad ejus constructionem perficiendam, tum ad ejus indolem penitus cogno-

ſcendam, tum ad geometricos ejus ſinus evolvendos pertinent, in unum corpus redegerit, atque comprehenderit. Alii de ea fabricanda dumtaxat ſolliciti, nihil penſi habuere reliqua: alii in ejus admiratione velut defixi παραδοξότατον id duxere, quod aqua in hac machina perpetuo deſcenſu aſcenderet, & in propoſitum locum aſſurgeret: myſterii vero extricandi ſecuri rem intactam penitus reliquerunt. Ipſe Galilæus, geometra acutiſſimus, & novæ Philoſophiæ veluti parens, & conditor, nihil præter brevem hujus machinæ deſcriptionem nobis dedit conjunctam cum ejus laude, & commendatione. Non defuere tamen

men viri præstantissimi, in quibus supra cæteros eminent Pitotus (a), *& Daniel* (b) *Bernoullius, qui, geometria, & analysi duce, multa subtiliter, & ingeniose de hujus Cochleæ indole, flexu, inclinatione, arcubus hydrophoris, & alia plura analyticis comprehensa symbolis tradiderunt, quibus ea a mechanica conditione ad geometricam dignitatem veluti evecta, clarius nitere, suasque virtutes in medium proferre cepit. Nihilo tamen minus nonnulli adhuc conquerebantur, Archimedis Cochleam nondum satis evolutam, nec*

 ex

(a) Mem. de l'Acad. des Sc. an. 1736.
(b) Hydrodyn. Dan. Ber.

ex umbra in Solem, lucemque productam: aliquid in ea adhuc latere dignum ingenio, dignum studio, & opera virorum illustrium. Qua in re Belidori (a) *fidem, & religionem maxime desidero. Quum enim ad calcem primi voluminis Hydraulicæ Architecturæ aliquid de nostra Cochlea dicere instituisset, repente hæsit, & in aliud tempus rem distulit, hoc est magno promissor hiatu professus est, ac recepit, se multa de hac machina traditurum in altera ejusdem Operis parte, ubi pluribus æreis tabulis ad hoc jam excusis, atque*

(a) Architecture Hydraulique premiere Partie Tom. I.

que impressis, totius rei mysterium, sublatis velis, atque involucris, aperuisset. Verum promissis non stetit: caussam autem ignoro; nec aliud in medium attulit, quam levissimum machinæ inventum Cochleæ circumvolvendæ aptum, quod nec facit quæstioni satis, nec datam Belidori fidem liberat. Dum absolutior hujus machinæ theoria adhuc in votis est; venit in mentem mihi non hoc sane magnum opus aggredi, ac moliri, sed unico symbolam veluti meam in commune conferre, hoc est ex iis, quæ de hac Cochlea hactenus scripta sunt, unum veluti corpus conflare; & aliqua de meo penu depromta

ad-

addere, diligentia, ſtudio, & induſtria parta. Non deerunt quamprimum fortaſſe alii, quibus de meliore limo finxit præcordia Titan, *ad majora tentanda nati, & ad intimos hujus materiæ receſſus pervadendos apti, qui rem perficient, & ad umbilicum, Academia Berolinenſi auſpice, atque auctore, deducent.*

Ut rei explorandæ experimenta non deeſſent, curavi quatuor Cochleas materia, conſtructione, inclinatione, flexu diſſimiles mihi parare. Altera earum erat ærea, uno ſpirarum ordine contenta, vulgaribus ſimilis, ad angulum ſemirectum fini-

finitori inclinata. Altera erat vitrea, spiris ferme aequalibus, quantum vitri conditio sinit, circumsepta, cujus usus eo potissimum spectabat, ut aquae in Cochleam assurgentis ab aere intercepta arcus, ut ajunt, hydrophoros observatione cognoscerem, ac metirer. Tertia constabat cilindro circa axem mobili, quadrante instructa, ut gradus inclinationis, quos ejus axis cum finitore subjecto deinceps comprehenderet, commode numerarentur. Operam etiam dederam, ut exacte metirer angulum, quem spira cum ambitu circuli, in quem cilindrus desinit, comprehendit. Quarta demum in eo

uni-

unice differebat a prima, quod illa unico ſpirarum ordine, hæc quadruplici gaudebat; illa ære, hæc orichalco conſtabat. Orificia, ſeu oſcula ſuperiora ſpirarum labro quodam concavo cilindri baſi ſuperiori applicito continebantur, ne aqua diſflueret, vel extra concham ſubjectam decideret. His veluti præſidiis munitus ad rem auſpicandam accedo.

CA.

CAPUT I.

Hujus Cochleæ Auctor est Archimedes.

ETsi communis opinio ab Heroicis, ut ita dicam, ducta temporibus, hujus Cochleæ inventionem asserat Archimedi; nonnulli tamen hac ætate nostra id videntur ambigere indiciis ita levibus, ac ludicris inducti, ut pene pudeat in iis refellendis operam perdere. Aliquid tamen dicam, ne videar vel Archimedis caussæ silendo officere, vel muneri, & officio deesse meo.

Claudius Peraltius, Vitruvii interpres cæterum diligens, ac doctus monet, Vitruvium, qui hujus machinæ descriptionem satis accuratam tradiderat, ne verbum quidem de ejus Auctore in toto opere interseruisse, ac propterea ex Vitruvii silentio arguit, ad Archimedem eam minime pertinere. Idem confirmat ex Diodori Siculi loco, quem certe tum ipse, tum Catrous,

& Rovillæus (*a*), Historiæ Romanæ Scriptores somniarunt. Nusquam enim in tota ejus Bibliotheca extat. Putant vero, ex eo deduci antiquiorem Archimede fuisse hanc Cochleam, utpote qua utebantur antiqui Ægyptii ad exhauriendas aquas, quibus universa regio redundabat. Aliquid simile pronuntiare Cardanus (*b*) non dubitavit. Quum enim, inquit, regio Ægypti propter aquarum alluvionem nec agrorum colonos, nec indigenas ferre posset, beneficio Cochleæ ab Archimede inventæ tandem exaruit, & fœcunditate cæteras superavit. Quum vero paullo post Cardanus animadverteret, Archimedem non ante belli Punici secundi ætatem floruisse, Ægyptum vero longe ante excultam, maluit anceps, ac dubius veri Auctoris videri, quam veritatem in ipso Diodoro, & ejus interpretibus, aliisque Scriptoribus, quam certe luculentissimam

(a) *Hist. Rom. Vol. VIII.*
(b) *Cardanus de Subtil. Lib. I.*

mam deprehendisset, acturate quærere. Ego vero tria hic afferam, & demonstranda proponam: primo ex Vitruvii silentio nihil contra Archimedem inferri; secundo Peraltium, Catroum, Rovillæum contra historiæ fidem peccasse; tertio demum eos absurda, ac monstra dicere, qui prædicant Cochleæ hujus opera universam Ægyptum ab aqua emersisse. Rem ordior a Vitruvio. Hic, antequam machinarum, quas civilis Architecturæ usibus utiles, & opportunas esse ratus est, descriptionem instituit, recenset Auctores omnes, a quibus ipse eas mutuatus est; in his meminit Archimedis. *Non (a) minus de machinationibus multi præcepta conscripserunt, ut Oliades, Archytas, Archimedes, Ctesibius, Nymphodorus, Philo Byzantius, Diphilos, Charidas, Polyidos, Phyros; Agesistratus, quorum ex commentariis, quæ utilia esse in his rebus animadverteram, collecta in unum coegi*

A 2 *corpus*,

(a) *Vitr. Lib. VII. Proœm.*

corpus, & ideo maxime, quod animadverti ea in re a Græcis volumina plura edita, & ab nostris oppido quam pauca. Alibi idem Vitruvius asserit, plurimas ab Archimede fuisse inventas machinas = *Archimedis (a) vero cum multa miranda inventa, & varia fuerint, ex omnibus etiam infinita solertia id, quod exponam, videtur esse expressum nimium.* Summis vero laudibus idem Vitruvius effert sagacitatem Archimedis in æstimanda mensura auri, & argenti, qua constabat corona a fraudulento artifice conflata. Hæc Vitruvius de Archimede. Præterea idem Auctor, quotiescumque singulas machinas deinceps affert, ac describit, nusquam nomen inventoris enuntiat, nisi ubi machina nomine caret suo. Ita machinam a Ctesibio inventam, *Ctesibiam* appellat ab ejus Artifice. Desiderabatur enim adhuc ejus nomen, & satius erat *Ctesibiam* dicere, quam longa circumlocutione uti

(a) *Vitr. Lib. IX. Cap. III.*

uti ad eam circumſcribendam. Hiſce poſitis, ita ratiocinor. Vitruvius initio Lib. VII. profitetur, ſe ab Archimede ſaltem aliquam ex iis machinis ſumſiſſe, quas ibidem explicat, atque evolvit. Idem eam ſibi legem præſcribit, ut in ipſa machinæ deſcriptione nuſquam Auctoris nomen apponat, niſi machina nomine careat. Quum igitur Vitruvius aliquam ex machinis, quas proponit, ab Archimede deſumſerit, Cochleam vero conſtruendam doceat, quæ vulgo Archimedi tribuitur, non modo divinationi, & conjecturæ, ſed etiam graviſſimæ affirmationi locum eſſe dixerim, hanc eam eſſe, quam Vitruvius ab Archimede illuſtrandam acceperit: nec debuerat ibi Vitruvius nomen Auctoris apponere; quum machina nomine gauderet ſuo, tum ut ſibi conſtaret, tum ne quid ſupervacaneum adjiceret. Aliter reliquis etiam machinis, quas recenſet, erant Auctorum nomina appingenda, quæ reipſa ſciens, ac prudens omiſerat. Quod ſi, ex quo Archimedis

nomen

nomen in ipsa Cochleæ constructione sileat, arguis ad eum tanquam Auctorem esse minime referendam, ego inferam, hanc machinam Artifice, & inventore carere, & eam, sicuti reliquæ, fortunæ, & casui esse adscribendam eo scilicet nomine, quod ferme omnium Auctorum nomina conticuerit. Verum de hac re hactenus. Ajo secundo, eosdem Scriptores, scilicet Peraltium, ejusque asseclas contra historiæ fidem peccasse. Ægyptus olim aquis undique circumfusa Nili alluvione emersit, & colonos accivit. Quum enim singulis annis Nilus Ægyptum invadens magnam limi copiam aquæ immixtam, & innatantem secum afferret, commodum accidit, ut, unda paullatim languescente, limus subsideret, & soli fundus quotannis aliquantum assurgeret. Quare primum palustria stagna extare cepere: mox exiguæ insulæ prominere: tum ampliores tractus efferri, donec volventibus annis aqua Ægyptum fluitantem in sicco destituerit. Hujus rei locupletissimos testes Hero-

Herodotum, & Aristotelem in medium adducam, qui rem hanc gravissimis verbis affirmant, ac sanciunt. *Ægyptus est terræ incrementum, & fluminis donum, & constat terra aggesta* (*a*). Luculentius in eamdem sententiam scripsit Aristoteles = *Regio*, (scilicet Ægyptus) *hæc magis, magisque exaruit, & a Nilo tota quanta est, dicitur exaggerata: primo paludes, & stagna, mox limo gliscente, & redundante siccæ redditæ, a finitimis populis incoli cepta. Verum antiquitas temporum rei primordia vel oblivione delevit, vel caligine involvit.* Paullo infra eadem ferme repetit, & inculcat = *Regio omnis Nili opus videtur esse* (*b*). Antiqui Scriptores, in quibus Homerus, & Hesychius, Nilum pro Ægypto, vel Ægyptum pro Nilo promiscue usurpant. Πρίν γ' ὅτ' ἂν Αἰγύπτοιο διιπετέος ποταμοῖο (*c*). Anacreon de hirundinibus

(a) *Herod. Lib. II. Euterpe.*
(b) *Arist. Meteor. Lib. I. Cap. XIV.*
(c) *Hom. Odyss. IV. v.* 477.

dinibus mare trajicientibus, & in Ægypto hiemantibus, Nilum, seu Memphim pro Ægypto supplet. Χειμῶνι δ' εἰς ἄφαντος ἢ Νεῖλον, ἢ 'πὶ Μέμφιν (a). Adeo fama tenuit, Ægyptum omnia debere Nilo. Ægypti vices, & casus pluribus aliis regionibus fuere communes. Similia enim incrementa rerum a similibus, vel iisdem ducta initiis accepimus. Olim maximam litoris Adriaci partem aut æstuaria, aut paludes tenebant. Aquileja Bononiam petentibus ad dexteram erat deflectendum: Padus, atque Athesis nullis certis alveis coerciti impune grassabantur (b). Quemadmodum Nilus Ægyptum quodammodo genuerat, ita Arelatensem agrum deberi Rhodano, & Bataviam Rheni munus esse traditum est a Perieskio, ac Nannio. Græcorum historia similia narrat. Quin immo (si Linnæo (c) credas), aqua, & Oceanus totam Telluris superficiem

(a) *Anacr.* μέλη λγ.
(b) *Leibnitii Protogæa.*
(c) *Linnæi Oratio de Telluris habitabilis increm.*

ciem in ipso orbis exordio invaserat, insula una excepta, ubi homines, & animalia degerent, & arbores sererent. Venio ad portenta, ac monstra, quæ Peraltius, & alii commenti Diodoro Siculo perperam tribuerunt. Itane regio 200 leucas Gallicas (*a*) in longitudinem, 50 in latitudinem porrecta, usu Cochleæ, exaruit, atque colonos ferre cœpit? Ecquis vel Judæus Apella hæc credat? Illud putaverim fide dignius, scilicèt *altos defecisse amnes, epotaque flumina, Medo prandente, & madidis cantat quæ Sostratus alis.* Fierine potest, ut Diodoro Siculo, Scriptori gravissimo, in mentem venerit primum hæc dicere, tum eadem posterorum memoriæ tradere? Excute totam, quanta est ejus Bibliotheca superstes, nihil in ea invenies, quod verosimile non sit, & Archimedi perhonorificum. Quin immo tantum abest, ut Diodorus id asserat, quod ei affingunt Auctores cæte-

(a) *Martinier Geogr.*

rum celebres, ut contra cum Herodoto, cum Aristotele, cum aliis antiquitatis Scriptoribus omnino consentiat. Diodorus (a) totus est in confutandis caussis, quas nonnulli Philosophi afferebant de singulari Nili incremento. In hisce Philosophis Ephorus erat, qui, quaestione proposita, ita ratiocinabatur. Quoniam Ægyptus constat solo ex Nili alluvione congesto, satis quidem arido, hiulco, ac raro, necesse est, ut summa hieme humorem maximum contrahat, qui omnes ejus intercapedines oppleat. Hinc, aestate appetente, Solis calor humorem exprimere incipiet, qui in aerem sublatus, gravior ipso demum evadat, ac proinde descendens Nili incrementum efficiat. Ita Ephorus. Verum Diodorus nihil eorum, quae ad soli Ægyptii originem, & indolem pertinent, contendebat. Illud unice acriter pernegabat, tantum humoris Ægypti fundo inesse posse, ut maximum incremen-

tum

(a) *Diod. Lib. I. Cap. IV.*

tum Nilo afferret. Omitto alia Diodori argumenta, quæ, dum ſententiam Ephori oppugnant, ſoli Ægyptii initia intacta relinquunt, quod ſane Scriptor iſte non diſſimulaſſet, ſi ſententiam a Peraltio ſibi affictam tueretur. Verum locus alius ſatis luculentus Diodori rem litigioſam penitus dirimit, & certam facit. Hic de Cochleæ Archimedis uſu diſertiſſime agit, quam non ad univerſam Ægyptum, ſed ad eam unice partem, quæ *Delta* dicitur, omnium feraciſſima, non ad exſiccandos, ſed ad irrigandos agros, atque hortos Archimedes invenerat. Hæc inſula Delta gaudet hortis ditiſſimis, utpote quæ Nilo alluitur. Præterea ſingulis annis, ex magna limi relicti copia, & ubertate fertilior evadit. Verum ex Solis æſtu adufta indiget, recedente Nilo, irriguis aquis. Huic incommodo conſuluit Archimedes, inventa Cochlea, quæ agros inſulæ irrigaret. Integrum locum in medium adducam Græce, ac Latine, ut ex ejus verbis plenius ejus ſententiam intelligas.

gas. *Insula Delta, pluribus fossis manu, & arte ductis velut in plures partes secta agris totius Ægypti fœcundissimis gaudet. Cingitur enim undique flumine, cujus aquæ superfusæ eosdem irrigant, & uberi limo ditant. Accedit huc ad fœcunditatem augendam incolarum industria. Machina enim quadam ab Archimede Syracusio inventa utuntur, quam a figura Cochleam dixere. Ea enim aquam evehunt, & agros aquæ indigos alunt.* Ἡ δὲ Νῆσος αὕτη πολλαῖς διώρυξι χειροποιήτοις διείληπται, καὶ χώραν περιέχει καλλίστην τῆς Αἰγύπτου. Ποταμοχώστος γὰρ οὖσα, καὶ κατάῤῥυτος πολλὰς, καὶ παντοδαποὺς ἐκφέρει καρποὺς, τοῦ μὲν ποταμοῦ διὰ τὴν κατ᾽ ἔτος ἀνάβασιν νεαρὰν ἰλὺν ἀεὶ καταχέοντος, τῶν δὲ ἀνθρώπων ῥᾳδίως ἅπασαν ἀρδευόντων διά τινος μηχανῆς, ἣν ἐπενόησε μὲν Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος, ὀνομάζεται δὲ ἀπὸ τοῦ σχήματος Κοχλίας. Neque minuit rei fidem amplus aquarum tractus. Neque enim necesse est, Diodorum ita interpretari, perinde ac si in universam Insulam Delta Archimedes usum Cochleæ induxerit. Neque satis constat, quanta esset am-

amplitudo loci, quæ esset culturæ patiens: neque abhorret a vero, numero, & magnitudine Cochlearum utilitatem hujus machinæ latius patuisse. De suscepto vero Archimedis itinere in Ægyptum, præterquam quod idem Diodorus (a) certiores nos facit, multa alia sunt, quæ idem suadent. *Abundat*, inquit Diodorus, *Hispania metallis, & ad ea effodienda magna cura incumbitur. Sæpe accidit, ut dum solum altius pervadunt, aquæ occurrant copia, & vi fluminibus haud absimiles, quod operi continuando maxime obest. Ad hujusmodi aquas avertendas opportunum remedium quæsitum est a Cochleis Ægyptiacis, quas Archimedes in Ægypto degens invenerat. Mirum sane Archimedis ingenium, qui non solum hac in re, sed in aliis præstantioribus inventis, machinis nobilitatus est.* Hæc qui attente legat, satis intelliget, tria de Archimede hic prædicari, scilicet ejus in Ægyptum profectionem, Cochleam ibi

(a) *Diod. Lib. V.*

ibi inventam, plures alias machinas admirabiles ab eo constructas. Fortasse vel sponte sua iter in Ægyptum suscepit juxta sapientum, ac doctorum hominum ejus sæculi consuetudinem, quo tanquam ad mercaturam bonarum artium proficiscebantur. Quum enim in Ægypto artes, ac literæ maxime florerent, ab omnibus orbis partibus docti homines eo confluebant, non modo ut inviserent regionem opulentissimam, urbium magnitudine, rerum copia, & populi frequentia nobilissimam, sed ut præcipue Nili ingenium, & sedem, ac domicilium disciplinarum, & artium admirarentur. Puto tamen verosimilius, Archimedem a Hierone Rege ad Ptolemæum missum, & ut maximam illam navim deduceret, & ut, siquid ea vel in ipsa navigatione, vel in ejus usu detrimenti tulisset, Archimedis, hoc est ejus Auctoris, & Architecti opera repararetur. Neque enim incredibile est, navim tam amplam, tam gravem, tam compositam, tot aplustribus,

& or-

& ornamentis, tot tabulatis, & propugnaculis constratam, vel vitio in ipsa compage, & in sentina contracto, vel mole sua laborasse. Revera sentinæ exhauriendæ Cochleam applicuerat Archimedes, quod unius hominis manus facillime præstabat. Hujusce rei monumentum ab Athæneo accepimus, qui simul & Cochleæ inventionem, & ejus usum in nave Hieronis tribuit Archimedi. Locum integrum a græco fonte ductum huc afferam, nequid a me consulto vel additum, vel omissum caussæ meæ tuendæ opportunum videatur. Ἡ δὲ ἀντλία καίπερ βάθος ὑπερβάλλον ἔχουσα δι' ἑνὸς ἐξηντλεῖτο διὰ Κοχλίου Ἀρχιμήδους εὑρόντος, scilicet, *sentina* (navis) *exantlabatur Cochlea ab Archimede inventa manu unius hominis in gyrum acta* (a). Quare Diodori, Athænei, Vitruvii, & aliorum auctoritas, communis hominum opinio, ac fama ab heroicis, ut ita dicam, derivata temporibus, satis mihi vindicare videntur suam Cochleam Archimedi.

CA-

(a) *Athaneus Dipnosoph. Lib. V. Cap. X.*

CAPUT II.

De Cochleæ usu, partibus, earum nexu, & constructione juxta Vitruvium, Pitotum, & Danielem Bernoullium.

Cochlea Archimedis instituta fuit, atque inventa ad aquam ab humiliore loco ad altiorem evehendam: usi sunt ea plures in exhaurienda sentina navis, in aliqua exigua palude, fovea, vel similibus canalibus exsiccandis, vel in hortis irrigandis, vel aliis similibus rebus præstandis. Multæ sane in caussa sunt, quæ definiunt altitudinis limites, ultra quos aquam extollere hujus Cochleæ usu non liceat. Aucta Cochleæ longitudine, verendum est, ne vis ponderis, & gravitatis curvitatem in cilindrum inducat quod vitiosissimum est: aucto inclinationis angulo, altior quidem evadit Cochlea; sed minuitur aquæ evehendæ mensura ex alio capite, de quo infra.

Constat hæc Cochlea potissimum spiris velu-

veluti canaliculis intus cavis cilindro circumvolutis, quæ aut ejus superficiei applicantur, aut interius illi excavantur: spiræ singulæ æquales sunt, æqualiter invicem distitæ, similiter positæ, seu æqualiter cilindri axi, seu basis perimetro inclinatæ. Nonnullæ Cochleæ sunt, quæ non uno, sed multiplici spirarum ordine gaudent: singuli isti ordines paralelli inter se esse debent, ne sese invicem implicent. Auctis spirarum ordinibus, augetur mensura aquæ assurgentis singulis Cochleæ conversionibus. Cilindri axis utrinque prominet ea scilicet de caussa, ut summa ejus capita inserantur annulis, vel cavis quodammodo loculamentis, circa quæ circumvolvi commode Cochlea possit. Hæc ferrea, vel chalybea esse solent, ne ex diuturna frictione facile terantur. Orificium infimum spiræ excipit aquam subjectam, summum tantumdem reddit, atque effundit. Hactenus hujus machinæ descriptionem levissimam dedimus, atque adeo adumbravimus; Qua lege ea construi soleat, nunc

tradam. Quia vero plures suppetant, potiores afferam, & quantum fieri poterit, brevitati studebo.

Vitruvius ambas cilindricæ basis perimetros in partes vel octo, vel quatuor æquales dividi, ac distribui jubet, ex. gr. A, B, C, D, E, F, G, H, &c. Tum singula partitionum puncta, quæ oppositis basibus e regione respondent, rectis C c, D d, E e &c. per totam cilindri longitudinem ductis junge: erunt hæ inter se paralellæ, &, cilindro perpendiculariter erecto, erunt etiam finitori normales. Singulas hasce rectas in octo, vel quatuor partes divide, scilicet A G, G F, F H &c. Per puncta A, G, F, H &c. age rectas A B, G g, F f &c. paralellas inter se, erunt normales ipsis A a, C c &c., & totam cilindri superficiem in areas, seu quadrata distribuent, quorum diagonales A M, M m, m K, C N, N n &c. definient ductum, seu directionem spiræ, juxta quam erit delineanda, seu exsculpenda in superficie cilindri.

Tab. I. Fig. I.

Tab. I. Fig. II.

Qua-

Quare, si, sulco juxta A M m K, C N n h ducto, asserculos pice illitos marginum instar utrinque applicueris, existet canaliculus A C M N m n &c. in spiras circumflexus, atque contortus usque ad basim cilindri producendus. Quod si idem præstiteris in reliquis, quæ supersunt, diagonalibus, erit tota cilindri superficies canaliculis similibus, & æqualibus, seu spiris distincta: singuli hi canaliculi asseribus superne appositis protegendi sunt, & pice conglutinandi, seu, rimis obstructis, recte firmandi, ne uspiam aquam elabi sinant, vel e cilindri superficie distrahantur, quos, si annulis ferreis præterea compresseris, præsto erit machina satis solida, & apta ad aquam evehendam. Regula a Vitruvio præscripta ad ejus inclinationem definiendam hæc esto. Divide cilindri longitudinem in partes quinque, harum tres altitudini cilindri, ex. gr. A C dabis, quatuor vero metientur rectam ductam ab ima cilindri basi ad concursum cum perpendiculari, seu altitudine A C. Erit vero

Tab. I. Fig. III.

 sinus

sinus anguli A a C ad sinum anguli a A C, ut A C : a C : angulus vero a A C constabit gr. 53., 8.', A a C gr. 36., 52.' Hæc est summa legum a Vitruvio tradita ad Cochleam construendam. Hic animadverte, neque inclinationem spirarum ad axem juxta angulum semirectum, neque directionem axis cilindri ad finitorem a Vitruvio propositam, neque spirarum numerum, atque ordinem esse vel necessarium, vel usui opportuniorem, ita ut aliis inclinationibus, ac directionibus sit jure ac merito præferenda. Non consentiunt auctores in numero canaliculorum præcipiendo: nonnulli unum duntaxat præcipiunt, Cardanus tres, alii plures, vel pauciores. Multiplex canalium numerus majori aquæ massæ, ac mensuræ evehendæ conducit; at officit ejusdem altitudini, ut infra constabit.

Pitotus in commentariis Acad. Sc. ad annum 1736. (a) aliam construendæ Cochleæ ra-

---

(a) *Mem. de l'Acad. des Sc.* 1736.

rationem tradit, ac docet. Describe, inquit, triangulum rectangulum, cujus alterum latus sit æquale longitudini cilindri propositi, alterum vero æquale cilindricæ basis perimetro, in lineam rectam toties evolutæ, & explicitæ, quot spiras in Cochlea velis: junge hæc latera hypothenusa. Triangulum ita compositum cilindro dato circumvolve, hypothenusa in ejus superficie ductum, seu directionem spirarum helicis exacte definiet, ac designabit. Quare si juxta hanc directionem cilindro applicueris spiras, in promptu erit Cochlea Archimedis exacte descripta. Angulus B A F erit is, quem spiræ singulæ cum axe cilindri efficiunt; angulus vero F C G, seu E D C erit is, qui inclinationem basis cilindri cum finitore metitur. Finge hunc angulum F C G æqualem A F B alterno, & opposito, evadet directio A F finitori parallella. Quare in singulis spiris erit pars minima ei parallella. Itaque si huic spirarum elemento sphærula incumbat, immota quiescet, im-

Tab. I. Fig. IV.

immoto cilindro. Hoc vero in gyrum acto, descendet. Desinet enim hoc elementum, seu planum minimum esse finitori paralellum. Quod si angulus E D C, seu F C G evadat majori angulo B A F, erit directio A F ubique finitori inclinata, ac proinde sphaerula descendere jubebitur. Haec est summa constructionis Cochleae a Pitoto tradita.

Tab. I. Fig. V. VI. Daniel Bernoullius in sua Hydrodynamica commentationem inseruit, in qua de hac Cochlea distincte, & acute ratiocinatur. Legem praecipuam hujus Cochleae eam esse statuit, ut singularum spirarum inclinatio ad axem cilindri eadem perpetuo sit. Huic legi consentaneam constructionem adjecit, cujus summam breviter explicabo. Finge cilindrum A B C D, cujus superficiei sit circumscripta spiralis B a, b 2, c 3, e 4, f 5, &c. Hanc superficiem evolve, & explica, seu converte in planam figuram, quae constabit paralellogrammo rectangulo F A f a. Sume in lateribus A F, a f par-

partes æquales A B, B C, C D, D E &c. *a b*, *b c*, *c d*, *d e* &c. Mox junge puncta B, *a*, C, *b*, D, *c*, &c. rectis B *a*, C *b*, D *c* &c. Quo posito, si superficies hæc plana iterum in cilindricam, ut antea, circumflectatur, rectis A F, *a f*, & punctis A, *a*, B, *b* concurrentibus, lineæ *a* B, *b* C, *c* D lineam perpetuam efficient, quæ erit spiralis, seu Cochlea. Itaque, si juxta ejus semitam canaliculum excavaveris, & ita cilindrum inclinaveris, ut angulus B A G, seu A C E major sit angulo, quem spiralis cum perimetro basis, seu quem tangentes spiralis, & perimetri basis in puncto B comprehendunt, ducto in orbem cilindro, influet inferius aqua apposita, & superius effluet; quod Cochlea rite constructa perpetuo præstat. Ita Daniel Bernoullius.

CAPUT III.

Natura, & indoles Cochleæ explicantur: quicquid mysterii, ac παράδοξον ipsa præsefert, evolvitur: geometrica ejus constructio traditur.

QUi hujus machinæ naturam, & indolem haud satis diligenter attendunt, putant aliquid admiratione dignum in ea deprehendere, quod mysterio sane non careat, & Œdipo indigeat conjectore. Verum, qui rem ad vivum resecant, & ad trutinam severiorem singula revocant, nihil hujusmodi in ea agnoscunt, quod naturæ ingenio non conveniat; neque, si recte illud explices, quod aliquid negotii in hac machina videtur facessere, scilicet quomodo aqua perpetuo veluti descensu ascendat, invenies quicquam obscuri, ac tenebricosi. Finge intra spiram hujus Cochleæ circa suum axem volvendæ sphærulam veluti plano niti. Duplex motus

tus huic ſphærulæ inerit, alter communis ſpiræ, alter ſphærulæ proprius. Ille gignitur ex circumvolutione cilindri circa ſuum axem. Dum enim cilindrus circumvolvitur, etiam ſpira in gyrum agitur, & quicquid intra ſpiram eſt, motu communi movetur, ac fertur; ac proinde etiam ſphærula hoc motu gaudet. Præterea ſphærula plano inclinato, nempe ſpiræ deorſum converſæ incumbit: idcirco deorſum nititur, ac movetur ex actione gravitatis, hoc eſt jubetur deſcendere. Quum enim ſpira, ſeu helix ſit veluti planum inclinatum, ſeu ſuperficies conſtans ex innumeris minimis planis ſimiliter inclinatis, neceſſe eſt, ut ſphærula uni ex his planis incumbens, juxta gravium indolem, deſcendat, & ex uno plano ſimiliter inclinato in aliud migret, perpetuo deſcenſu. Quod ſi, dum ſphærula in uno ex iis planis reipſa deſcendit, is plani aſcenſus contingat, ut major ſit aſcenſus ſphærulæ ex plani elevatione, quam deſcenſus ejuſdem ex plani in-

clinatione, reipsa sphærula ascendet, dum reipsa descendet, hoc est ascensus repetendus erit ex plani elevatione, descensus ex ejusdem inclinatione. Si vero, dum sphærula ex uno in aliud planum deinceps trajicit, perpetuo hæc plana ascendere pergant, & ascensus eorum perpetuo superet descensum sphærulæ, summa omnium ascensuum excedet summam omnium descensuum, seu reipsa sphærula ascendet. Mecum sentit Joannes Polenus, Mathematicus clarissimus, &, dum viveret, mei amicissimus. Quum enim consuluissem ejus filium Franciscum, paternarum virtutum hæredem, ac proinde etiam ejus in me humanitatis, ac benevolentiæ, ut siquid in Vitruvii commentariis, quod ad Cochleam Archimedis spectaret, legisset, mihi communicare non gravaretur; humanissime respondit, ejus Patrem commentaria Vitruvii non ultra V. Librum produxisse, reliqua omnino desiderari. Quare, quum doctrina Vitruvii de Cochlea ad Librum X. pertineat, nihil propterea mi-

ran-

randum est, si nihil in adversariis superstitibus insit, quod hac de re agat. Unice in ejus MSS., fortasse iis, quæ de Physica experimentali Pater confecerat, hæc legi verba ab eo exscripta de Cochlea Archimedis; *Nimirum planum, super quod globus est, semper ascendere, sed ascendere inclinate, & per inclinationem globum descendere. At quoniam major est ascensus plani, quam descensus globi per idem planum, idcirco fit, ut globus semper remaneat altior.* Similia φαινόμενα plerumque solent accidere, simul ac componitur motus communis, & propius. Si, navi tendente versus ortum, nauta in ea incedat versus occasum minus velociter, quam navis, simul componet progressum versus ortum, & regressum ab ortu; quia vero progressus excedit regressum, propterea reipsa nauta accedet ad ortum. Ut rem rectius intelligas, consule figuram VII., in qua fingitur, sphærulam descendisse in spira ex B in E; & ibi fixam detineri, dum dimidia cilindri conversione punctum E,

Tab. I. Fig VII.

 seu

ſeu ſphærula aſcendit in L; erit menſura aſcenſus altitudo L Q demiſſa ex L normalis ſupra S s finitori parallelam. In hac cilindri rotatione ſemiſpira E F transfertur in L f. Translatis enim punctis E, f in L, F, neceſſe eſt, etiam puncta L, F transferri in E, f, ſeu ſpiram F E acquirere poſitionem L f. Quod ſi itaque ſphærulam ex E in L translatam libere moveri ſinas, deſcendet ex L in f, eritque menſura deſcenſus L P. Quare ſi ab L Q demas L P, ſupererit P Q = f R, ſeu menſura aſcenſus ſphærulæ ex E in f. Compone ſimul hoſce duos motus, ſcilicet communem cilindri, & proprium ſphærulæ, dum elevatione plani, ſeu ſpiræ F E ſphærula aſcendit ex E in L, ex actione gravitatis ſimul deſcendet ex E in F; ſeu ex L in f. Neque enim puncti E aſcenſus ſine puncti F deſcenſu poteſt contingere, ſeu dum extollitur punctum E, neceſſe eſt deprimi F, ſeu planum E F ita inclinari, ut ex hujuſmodi plani inclinatione

de-

descendere sphærulæ in ipso liceat. Quo major erit angulus L E Q, seu B C A, eo major evadet ascensus puncti E; & quo major erit differentia angulorum L E Q, C B E, seu E L f, quem duæ tangentes spiræ, & perimetri cilindricæ comprehendunt, eo major erit P Q, seu fR, seu ascensus sphærulæ. Tres status cilindri fingi possunt, alter rectus, seu finitori perpendicularis, alter paralellus, tertius obliquus. In primo statu nequit esse ascensui sphærulæ locus. Ratio in promptu est. In hoc statu nulla pars superficiei cilindricæ in gyrum actæ ascendit, neque descendit. Perstant enim singulæ perpetuo finitori paralellæ, ac proinde nulla caussa est, cur sphærula ex circumvolutione cilindri ascendat, & contra vero debet perpetuo descendere, quia spirarum directio perpetuo ad finitorem deorsum vergit, seu spira perpetuo vices gerit plani deorsum inclinati. Quod si axis cilindri sit finitori paralellus, duplex hypothesis institui potest, altera, si qua sphærula in

di-

dimidia cilindri conversionis gaudeat, dun-
taxat motu communi, retenta vi aliqua, ne
ipsa descendat. Juxta hanc hypothesim,
ascensus ejus erit maximus, scilicet secun- *Tab. I. Fig. VIII.*
dum E H finitori normalem, seu mensura
ejus ascensus erit sinus totus. Si vero, re-
moto obice elabi sphaerulam, quiescente ci-
lindro, ex L in [illegible], descensus ejus erit
F [illegible] L E, sinus maximus, & aequalis re-
scensui. Quare sphaerula ascensu, ac de-
scensu alterno promovebitur in K, seu per-
curret longitudinem G K, seu rectam finito-
ri parallelam. In altera hypothesi finit sphae-
rulam gaudere motu communi, ac proprio,
juxta eam, ascensus, ac descensus sphaerulae
erunt minimi, atque adeo nulli, & unice
promovebitur secundum G K, quod facile
intelliges. Finge, sphaerulam descendisse ex
B in E, mox leniter cilindrum volvi juxta
G A B; sume in spira E F elementum in-
finite minimum, seu E e. Dum punctum
E spirae sursum attollitur per spatium infinite
minimum, punctum e deprimitur, & migrat

 in

in *o*, seu in rectam C K, & sphærula descendit juxta E *e*, ac transfertur cum *e* in *o*. Quare, juxta sensuum judicium, videtur translata ex E in *o*, seu descripsisse E *o*. Similiter, dum tollitur punctum *e*, deprimitur elementum minimum *e p*, seu *p* transfertur in P, & per *e p* sphærula migrat in P; & sic deinceps per ascensus, ac descensus infinite minimos sphærula migrat in K, seu percurrit longitudinem cilindri. Id experimento confirmare libuit. Demissa enim particula hydrargyri in spiram, & circumducto cilindro finitori parallelo, visa est repere juxta totam longitudinem cilindri ab uno ad aliud orificium. Aucta vero ejusdem hydragyri portione, ita ut impleret arcum M E *m* spiræ, circumvoluto cilindro, transferebatur deinceps in arcus M *m*, N *n*, semper composita ad eamdem libellam M *n* usque ad orificium ultimum Cochleæ, ita ut, oculo teste, singulæ partes ejusdem arcus similiter posita describere viderentur, seu percurrere longitudinem cilindri, quod

rem

rem vel leviter animadvertenti facile constat. Superest aliquid de tertio Cochleæ statu, hoc est finitori inclinato dicere. Docuimus supra, cur sphærula in Cochlea, cilindro perpendiculariter erecto, etiam immoto, descendat; quia scilicet perpetuo spirarum directio, seu earum plana inclinantur deorsum. Verum ubi cilindrus finitori inclinatur, simul ac sphærula per semispiram descendit, immota hæret, immoto cilindro. Nam in hoc Cochleæ statu alterius semispiræ directio sursum flectitur, & ab humiliore cilindri superficie ad superiorem attollitur. Quare ut sphæra descendat, cilindrus in gyrum volvendus est ea de caussa, ut semispira contrariam directionem acquirat, seu deorsum circumflectatur. Juxta directionem hanc deorsum, sphærulæ occurrit novum planum, juxta quod iterum descendit usque ad locum, in quo iterum spira altera sursum tendit, & ex conversione cilindri, deprimitur spiræ planum, & extollitur sphærulæ locus. Quare

des-

descendere iterum cogitur, & sic deinceps. Quare, si in Cochleæ constructione, atque circumvolutione hæc duo simul attendas, atque componas, nempe ascensum puncti, cui sphærula innititur, simulque descensum plani, in quod tendit, hunc vero perpetuo esse minorem illo, nihil in ea invenies, quod doctorum hominum admirationem excitet, quasi quid mysticum, & tripode dignum celet.

Si sphærulæ aquam, vel aliud corpus sufficias fluidum, ascensus similiter accidet. Fluida enim perinde ac solida corpora per plana deorsum inclinata descendunt, nec his nixa eorum elevationi resistunt. De reliquis intimis Cochleæ affectionibus dicam infra.

Nunc ad genesim hujus curvæ progredior. Curvæ in plano curvilineo descriptæ vocantur a Gallis Mathematicis *courbes à double courbure.* De his multa scripsit subtiliter summus geometra Clairaultius adhuc adolescens; vix enim decimum sextum annum attigerat. Quum autem de curvis al-

gebraicis in libro ab eo edito sermonem instituerit, & distulerit in alio agere de transcendentibus, qui numquam prodiit; proinde de nostra hac curva, quæ ad transcendentes pertinet, nihil in ejus libro invenies. Omnis curva conflari dicitur ex elementis minimis lineæ rectæ (tametsi alii aliter putent), quæ angulum infinitesimum cum ejus tangentibus utrinque productis comprehendunt. Quoniam vero singula hæc elementa directionem perpetuo mutant, describi finguntur motu ex duobus composito, quorum singuli componentes a lateribus paralellogrammi minimi, compositus vero ab ejusdem diagonali exprimuntur, atque repræsentantur. Hæc in genere. Verum quia hæc curva, scilicet Cochlea sibi perpetuo similis est (sine enim hac conditione, & indole nullius fortasse usus in re hydraulica esset), quod etiam constat ex mechanica ejus constructione ab omnibus in universum recepta; propterea angulum perpetuo constantem comprehendere

de-

debet cum perimetro basis cilindricæ, seu circuli, cui perpetuo inclinatur, seu ratio sinus anguli, quem comprehendunt duæ tangentes Cochleæ scilicet, & perimetri basis, seu circuli, & sinus complementi constans est. Hisce positis, finge corpus moveri supra ambitum circuli propositi, dum hic ambitus motu paralello superius transfertur juxta directionem axis, seu dum corpus describit, seu percurrit arcum minimum M P circuli O M *o* O, hunc circulum, seu ejus perimetrum transferri per spatium minimum in O S = P *m*. Quare corpus duobus hisce motibus, sui proprio, & communi perimetri circuli simul compositis in fine dati temporis erit in *m*, descripta diagonali M *m*, seu elemento Cochleæ B M Q C &c. Propter vero constantem angulum P M *m*, erunt etiam M P, P *m* semper in ratione constanti. Arcus B D, B *d* pertinebunt ad axem curvæ, rectæ vero D M, *d m* &c. erunt ejus ordinatæ. Dic sinum anguli *m* M P = *m*;

Tab. I. Fig. IX.

 ejus

ejus cosinum M P $= n$, arcum B D $= s$, D $d =$ M P $= ds$, D M $= y$, P $m = dy$. Quare erit $m : n :: dy : ds$, seu æquatio ad curvam $m\,ds = n\,dy$. Dic radium circuli $= 1$, B R $= x$, R $r = dx$, erit $ds = \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}}$. Hinc $\frac{m\,dx}{\sqrt{2x - x^2}} = n\,dy$.

Si semispiram B M C habeas loco hypothenusæ trianguli C B D b C rectanguli, cujus latera sint B D b, seu semiambitus circuli, & recta C b, quod facile intelliges, si superficiem cilindricam B A b a in rectangulam conversam existimes, & dicas B D $b = c$, b C $= a$, erit $m : n :: a : c : dy : ds$. Hinc erit $a\,ds = c\,dy$, $\frac{a\,dx}{\sqrt{2x - x^2}} = c\,dy$.

Curva hæc gaudet flexus puncto, quod dirimit convexum a concavo, seu partem spiræ descendentis ab ascendente. More Hospi-

pitaliano id invenies. Pone $z = \sqrt{2x - x^2}$, $dz = \frac{dx - x\,dx}{\sqrt{2x - x^2}}$, velut constantem habeas dx in æquatione $\frac{a\,dx}{c} = z\,dy$, erit $z\,ddy + dy\,dz = 0$, & $ddy = -\frac{dy\,dz}{z}$

$= ddy$, seu $\frac{x\,dx - dx}{\sqrt{2x - x^2}} \cdot = \frac{a\,dx}{\sqrt{2rx - x^2} \cdot \sqrt{2x - x^2}} =$

$\frac{ax\,dx^2 - a\,dx^2}{2x - x^2^{\frac{3}{2}}} = 0$. Hinc $x = 1$, seu radio. Quare punctum flexus concurret cum media semispira. Verum animadvertas velim affectionem haud fortasse levem, quæ spiræ convenit propter affinitatem, & cognationem ejus cum circulo. Quemadmodum hic caret initio fixo, unde incipiat (potes enim arbitratu tuo definire punctum

quod

quod velis, tanquam initium circuli); ita in Cochlea spira non habet initium certum. Quodlibet enim punctum tibi licebit deligere, tanquam principium spiræ, quam velis describere. Hinc etiam punctum flexus, quod refertur ad spiræ initium, evadit hujusmodi ex hypothesi, quod libere tale initium definieris. Alterum enim cum altero nectitur; & sicuti innumera fingi possunt initia spiræ, ita totidem puncta flexus licebit determinare. Id satis nos docet $x = 1$. Nam, quemadmodum in circuli ambitu infinita insunt puncta, unde x ducere initium possit, & crescens evadere $x = 1$; ita infiniti radii suppetent, qui propositæ quæstioni faciant satis.

Elementum hujus curvæ erit $Mm = \frac{dy}{a}\sqrt{c^2 + a^2}$, quod deducitur ex æquatione $ads = cdy$. Elementum areæ erit $y\,ds = \frac{cydy}{a}$, & area $\frac{cy^2}{2a}$. Quod si evadat

dat $y = a$, erit $\frac{ca}{2}$ area integra semispiræ sicuti ca area integra spiræ. Nemo non videt, curvam hanc ad ordinem, seu classem transcendentium pertinere. Ejus enim abscissæ sunt arcus circuli, quorum valorem algebraice æstimare nobis non licet. Si angulus, quem tangentes spiræ, & perimetri basis cilindricæ comprehendunt, evadat rectus, spira abit in rectam: si vero sit infinite minimus, ita ut spira sit paralella propositæ perimetro, spira evadit æqualis ei perimetro, seu cum illa congruit. Quare curvitas spiræ erit circularis.

CA-

CAPUT IV.

De aëre aquæ in spiram assurgenti intermixto, seu de arcubus hydrophoris, & aëreis.

DAniel Bernoullius, & alii præscribunt, ne tota cilindri basis sub aqua in usu Cochleæ descendat, sed pars alia emergat, & extet, alia innatet. Demissa enim sub aqua tota cilindri basi, nec aqua superne efflueret, nec in spiras ascenderet. Utrum res ita sese habeat, docebo infra. Interim aliqua de ascensu aquæ in Cochleam, posita Bernoullii lege. Quum in conversione cilindri circa axem orificium imum spiræ modo sub aqua sit, modo emergat, modo hauriet aquam, & in spiram immittet, modo aërem unice excipiet. Quare aquæ ingressus in spiram intercipitur; & quia alternis orificium sub aqua descendit, & ab ea ascendit, alternis aquam, & aërem trahet; propterea etiam egressus aquæ superne

erit

erit interruptus. Sicuti enim aqua non perpetuo influit in Cochleam; ita nec perpetuo effluit: sed influxus, & effluxus aquæ intercipiuntur ab aëris influxu, & effluxu. Itaque integra Cochleæ cavitas partim aqua, partim aëre constabit vicissim distributa in arcus, quos appellant hydrophoros, & aëreos. Hydrophori se habent singuli velut siphones æqualibus brachiis superne conversis constantes, in quibus aqua componitur ad libellam: aërei vero, ut pote leviores aqua, superiorem spirarum partem occupant, ac tenent similes siphonibus, quorum brachia deorsum conversa sint, bases vero nitantur orificiis arcuum hydrophororum. Quo magis cilindri basis in aquam descendet, eo majores erunt arcus hydrophori, minores aërei. Contra vero, quo magis extabit, eo majores erunt arcus aërei, minores hydrophori, & intervalla inter arcus hydrophoros erunt quodammodo reciproce ut quantitates influxus aquæ, seu effluxus. Hæc ratio, & experimenta satis docent; proptere-

F rea

rea pluribus supersedeo. Verùm si tota cilindri basis sub aquam descenderit, & orificium spiræ eam excipere cœperit, ascendet ne aqua in Cochleam, an non? A. M. Lorgnia, Vir doctus, & Physicis, ac Mathematicis disciplinis optime excultus, conflari curavit Cochleam crystallinam, cujus diameter erat satis gracilis, & exigua. Basi cilindri tota quanta est infra aquam demissa, nunquam aqua ascendit in spiras. Quum de hujus rei veritate maxime dubitarem, caussæ judicium ad alia experimenta a me instituta rejeci, ex quibus duo consectaria deduxi, alterum scilicet, sine aëre intermixto ascensum aquæ in spiram obtineri non posse, alterum vero, non esse necesse, ut aër interne subeat, sed etiam ex superiore ejus aditu, & ingressu aëreos arcus hydrophoris intermixtos gigni, & conflari. Primum experimentum habui usu Cochleæ orichalceæ, cujus cilindri basim integram sub aqua demisi, ut in tota cilindri circumvolutione imum ejus

ori-

orificium sub aqua lateret. Erat vero diameter spiræ linearum circiter sex poll. Paris. Ascendit aqua de more effluxu interrupto. Ex quo arguitur, inter singulos aquæ effluxus aërem intercessisse. Ut de hoc aëre aquæ intercepto certior fierem, aliud experimentum institui. Quum aqua usque ad summum orificium ascendisset, cœpi cilindrum in partem oppositam circumducere, ut scilicet aqua, quæ ascenderat, iterum descenderet in sedem pristinam. Divinabam enim in singulis cilindri circumvolutionibus aëreas bullas super aquæ superficiem apparere oportere. Divinationem exitus confirmavit. Nam peracta cilindri conversione, cœpere ex aqua aëreæ bullulæ emergere iis figura, & crepitu simillimæ, quas aqua ebulliens effundit, ac reddit; idque unice perpetuo contingebat, ubi orificium imum in certum, eumdemque locum restituebatur. Cochlea exhausta, circumvolutione nihilominus perstante, aqua fluit, nec usquam ulla bulla aërea in conspectum

se dedit. Cochleæ orichalceæ vitream suffeci, cujus diameter erat lin. circiter 4, basi cilindrica partim extante, partim demersa: aqua de more ascendit in arcus hydrophoros satis distinctos aëreis mixtos distributa; quorum extremæ superficies ad libellam componebantur. Verum demissa integra basi sub aqua, & cilindro in gyrum acto, experimenti exitus anceps fuit? Nam aliquando hærere aqua visa fuit, aliquando ascendere aëre intermixto, arcubus aliquantum confusis: quia videlicet aëri superno non satis liber aditus erat. Quum enim Cochleæ vitreæ cavitas alicubi inæqualis esset, seu inæqualis diametri, inæqualitas hæc negotium aëri facessebat, ne satis libere sese aquæ intersereret. Dubitationem experimento sustulit hydrargyrum aquæ suffectum. Orificium imum Cochleæ ita cera obstruxi, ne quis aëri ingressus pateret: tum per orificium summum hydrargyrum in Cochleæ cavitatem demisi, donec duas amplius spiras continenter expleret, aëre

omni

omni præcluso, quod non sine aliqua cura, & industria obtinui. Tum inclinatum cilindrum, superficie hydrargyri ad libellam composita, in gyrum agere institui. Dicto citius, oculo teste, superior aër sese hydrargyro inseruit, illudque in arcus usitatos distinxit, & ascensum in Cochleam permisit. Hoc experimentum aliud simile excepit. Cera dempta, magna vi hydrargyri, & copia in vasculum traducta, cujus orificium imum Cochleæ applicueram, illud in spiram illico insiluit. Jucundissimum spectabulum attulere arcus hydrophori, seu hydrargyro referti, æquales, suis limitibus definiti, quibus intercipiebantur aërei. Ambæ omnium superficies ad eamdem libellam assurgebant. Nihil vero miror, cur in Cochlea Viri doctiss. M. A. Lorgniæ aqua non ascenderit. Utebatur is Cochlea, cujus diameter satis gracilis erat, ac minima; propterea multa in caussa erant, cur aëri in spiram aditus interdiceretur. Quo gracilior est diameter fistulæ, sive spiræ, eo magis aqua ejus pa-

rie-

rietibus adhærescit, ita ut aliquando in ipsis fistulis vitreis deorsum conversis utrinque patulis aqua hæreat, ac veluti fluere nesciat. Præterea major Cochleæ gracilitas majorem frictionem patit. Hinc novus obex tum aquæ, ne ascendat, tum aëri, ne sese insinuet. Demum superficies aquæ in fistulis, seu Cochleis gracilioribus sphærica esse solet, & ideirco minus fluida, seu ad fluxum ineptior: contra vero in Cochleis amplioribus finitori parallela est, seu plana, ad fluxum promptior, & ad excipiendum aërem proclivior. Referat ABCD portionem spiræ amplioris, abcd aliam æqualiter longam gracilioris: demergantur ambæ in aqua quadantenus, cujus libella sit MN. Aqua ingressa in utramque spiram componet sese in ampliori juxta directionem On finitori parallelam, in graciliori juxta Pp sphæricam, vel prope sphæricam. Erit vero spatium CODo plenum aëre prominente supra Oo. Acto vero in gyrum cilindro, aqua excurret ex Oo in SD, & acquiret

Tab. I. Fig. X.

ret superficiem planam S D; propterea aër COD insinuabit sese per O in S, & replebit spatium CSD, ac propterea aquæ disjungendæ aptior evadet. Hinc concussa iterum aqua, aër iterum insiliens assurget, & arcum hydrophorum intercipiet. Contra vero graciliorem difficilius invadet tum propter spiræ gracilitatem, tum propter aquæ superficiem sphæricam, tum propter majorem aquæ adherescentis vitro contactum, quod, ipso sensu judice, facile intelligitur. Superest nunc afferre caussam a lege æquilibrii ductam, cum arcus videlicet aërei debeant necessario aqueis intermisceri. Cilindro ABCD circumvoluta sit Cochlea AEFGHI &c., in qua sume duos arcus hydrophoros EFe, PHp, inter quos sit interceptus arcus aëreus eGP. In singulis arcubus hydrophoris aqua in E, e, P, p erit ad libellam composita, seu superficies aquæ, in quas desinunt arcus hydrophori, erunt finitori parallelæ. Finge vero in arcu aëreo eGP loco aëris suffectam, si fieri possit,

Tab. I. Fig. XI.

possit, aquam, ita ut tota cavitas Cochleæ EFGHp sit aquæ plena. Finge præterea præclusum aëri aditum in EFGHp, ita ut ex neutro orificio possit is in aquam ingredi, ac promoveri; ajo in hac hypothesi, aquam non posse ascendere in Cochleam, quod ita demonstro. Quoniam aqua in eGP loco aëris suffecta altior est utraque superficie tum e, tum P utriusque arcus hydrophori, nitetur juxta indolem gravium deorsum descendere, & ad libellam sese componere cum aqua subjecta, ac proinde sursum impellere tum p, tum E; ac descensu suo promovere aquam PHp, ut ascendat in Cochlea. Quum vero tum superficiei p, tum alteri E incumbat columna atmosphærica æquipollens ponderi 33 pedum aquæ; propterea non valebit aqua eGP aërem nitentem vincere, ac descendendo premere PHp, ut assurgat, converso cilindro, in pI. Quod si aditus aëri pateat per PHp, seu per EFe, is insiliet in eGP, cujus vis addita ponderi aquæ

PHp

PH*p* major erit vi atmosphæræ incumbentis supra *p*, & idcirco apta ad eam vincendam. Ex quo deducitur, sine aëre aquæ intermixto non licere ascensum aquæ comminisci, nedum obtinere. Rem meridiana luce clariorem libuit experimento confirmare. Utebar Cochlea constante spiris inæqualiter amplis: in spiram ampliorem ea hydrargyri quantitas descendit, quæ arcui ampliori explendo unice satis esset. Quo habito, & cilindro in gyrum acto, jubebam hydrargyrum a spira ampliori in aliam consequentem graciliorem transferri, imparem scilicet eidem quantitati hydrargyri intra arcum continendæ. Simul ac hydrargyrum arcum angustiorem explevit, reliquum, quod superfuit, antea conjunctum, ac perpetuum, disjunxit sese ab eo, aëri locum dedit, & in alium arcum abiit, seseque ad libellam composuit; quod argumento est, nec aquam, nec hydrargyrum, nec ullum fluidum posse simul veluti perpetuam mas-

massam efficere, & copulari, præter eam portionem, quæ arcui hydrophoro sufficiat, cujus magnitudo repetenda est à Cochleæ amplitudine, & ab angulis, quos comprehendunt axis cilindri cum finitore, & spira cum perimetro basis circuli.

CAPUT V.

De punctis in arcu hydrophoro maxime, ac minime a finitore distantibus.

HAud sane dubito, quin is, qui animum diligenter adverterit ad cujuslibet arcus hydrophori indolem, figuram, situm, æquilibrium, & reliquas affectiones, simul non intellexerit, tria in singulis inesse puncta, quorum duo maxime, tertium vero minime distent a subjecto finitore. Quoniam utraque superficies aquæ in iis componitur ad libellam, necesse est, ut utraque æqualiter absit a finitore: præterea, quia utraque summum, & editum locum tenet, erit etiam utriusque distantia ab eodem finitore maxima. Aquæ strata infra superficiem quadantenus descendunt, donec in alteram arcus partem ascendere incipiant: quare in ima veluti arcus basi locus est descensus maximi, seu punctum,

 cujus

cujus distantia a finitore est minima. Nisi forte velis etiam hic duo puncta deprehendere. Quia enim tangens arcus in ejus basi, seu in maximo descensu parallela est finitori, & confunditur cum elemento arcus, licebit a finitore ad hoc elementum ducere duas rectas infinite proximas, quæ erunt & æquales, & minimum dissitæ ab eodem. Disquirere, quanta sit tum maxima, tum minima hæc distantia, pertinet ad doctrinam Hospitalianam *de maximis, ac minimis.* Operæ pretium est in hac materiæ propositæ parte diutius immorari non minus propter rerum cognoscendarum utilitatem, quam propter doctrinæ ubertatem, ac lucem, quæ Geometricos hujus curvæ sinus ferme omnes illustrat, & veluti ex foecundo semine uberrimos foetus ducit.

Tab. II. Fig. XII. Sit arcus hydrophorus E C *e*, pars scilicet spiræ A E C L circumvolutæ cilindro A *a* B *b*, cujus basis A S B *s* A, diameter A B. Quoniam hic arcus desinit in E, *e*, dimitte ab iis E G, *eg* perpendiculares

finitori

finitori Kk: erunt ambæ mensura maximæ distantiæ a finitore, sicuti dimissa a puncto imo ejusdem arcus recta metietur distantiam minimam ab eodem finitore. Produc aA, donec concurrat cum Kk in D. A puncto E duc EM perpendicularem supra AMB, sive ordinatam ad Cochleam. Similiter a puncto M dirige normalem MP ad AB, seu ad diametrum basis. Quod si a puncto P erexeris PE normalem plano circuli, seu AB, erit ea tum parallela, tum æqualis ipsi ME. Hinc PE = ME; & sicuti PE superne producta concurrit cum Ee finitori parallela; ita deorsum, seu interne protracta concurret cum Kk in F. Ex harum linearum ductu conflabuntur triangula similia non modo ADB, FPB, sed etiam alia duo FEG, DAB. Dic radium basis, seu $AH = HB = 1$, $PH = x$, erit $PB = 1 + x$, $AP = 1 - x$, $AM = s$. Quoniam angulus DAB rectus est, & data inclinatio cilindri, seu datus angulus ABD,

dabitur

dabitur etiam ratio A B ad A D, seu ratio sinuum angulorum B D A, D B A, quæ sit $N:n$. Quare A B : A D :: P B : P F, seu $N : n :: 1 + x : \frac{n + nx}{N} = PF$. Quum vero, ex indole curvæ, & ejus æquatione superius tradita, A M : M E :: A M B : B C; ratio vero A M B : B C sit nota, noto angulo, quem comprehendunt tangentes circuli & spiræ in A, & ea sit $M:m$, erit $M : m :: s : \frac{ms}{M} = ME = PE$. Idcirco

$$FE = PF + PE = \frac{n + nx}{N} + \frac{ms}{M},$$

& propter similitudinem triangulorum F E G, A D B, erit D B : A B :: F E : E G. Sit ratio D B : A B :: $f : N$; erit propterea $f : N :: \frac{n + nx}{N} + \frac{ms}{M} : \frac{n + nx}{f} + \frac{mNs}{Mf} = EG$, & propter conditionem maximi, erit

$$\frac{ndx}{f} + \frac{mNdx}{Mf\sqrt{1 - x^2}} = 0.$$

Sep



S. GIUSEPPE

dabitur etiam rat
sinuum angulorun
N : n. Quare A
N : n :: 1 + x :

vero, ex indole
superius tradita,
BC; ratio vero f
angulo, quem cor
culi, & spiræ in
M : m :: s : $\frac{m}{N}$

F E = P F + P

propter similituc
A D B, erit D
ratio D B : A I
f : N :: $\frac{n+}{N}$

$\frac{mNs}{Mf}$ = E G,
ximi, erit $\frac{nd}{f}$

Seu $x = \frac{mN}{M\sqrt{1 - x^2}}$, ficuti, suppressa analysi, Bernoullius tradidit. Hinc $\sqrt{1 - x^2} = \frac{mN}{Mn}$; & $x = \frac{1}{Mn}$ $\sqrt{M^2 n^2 - N^2 m^2}$. Quod si loco M^2, & N^2 sufficias $1 - m^2 = M^2$, $1 - n^2 = N^2$, prodibit $x = \frac{\pm 1 \sqrt{n^2 - m^2}}{Mn}$. Valor positivus, scilicet $PH = \frac{1}{Mn} \sqrt{n^2 - m^2}$ pertinet ad maximum, valor vero negativus, nempe $pH = -\frac{1}{Mn} \sqrt{n^2 - m^2}$, pertinet ad minimum. Quare eodem valore gaudet eadem x, seu referatur ad maximum; sive ad minimum, & sola differt directione. Posita æqualitate PH, pH sinuum complementi, erunt etiam æquales sinus recti, & arcus AM, Bm. Finge $m\,7\,n$, seu angulum, quem comprehendit

spira

Seu $x = \frac{mN}{M\sqrt{1 - x^2}}$, sicuti, suppressa analysi, Bernoullius tradidit. Hinc $\sqrt{1 - x^2} = \frac{mN}{Mn}$; & $x = \frac{1}{Mn}$ $\sqrt{M^2 n^2 - N^2 m^2}$. Quod si loco M^2, & N^2 sufficias $1 - m^2 = M^2$, $1 - n^2 = N^2$, prodibit $x = \pm \frac{1}{Mn} \sqrt{n^2 - m^2}$. Valor positivus, scilicet $PH = \frac{1}{Mn} \sqrt{n^2 - m^2}$ pertinet ad maximum, valor vero negativus, nempe $pH = - \frac{1}{Mn} \sqrt{n^2 - m^2}$, pertinet ad minimum. Quare eodem valore gaudet eadem x, seu referatur ad maximum, sive ad minimum, & sola differt directione. Posita æqualitate PH, pH sinuum complementi, erunt etiam æquales sinus recti, & arcus AM, Bm. Finge $m7n$, seu angulum, quem comprehendit spira

spira cum ambitu basis cilindricæ, esse majorem angulo contento a cilindri diametro, ac finitore, evadet valor ipsius imaginarius. Igitur aqua non poterit in Cochleam ascendere, sicuti supra docuimus. Cum analysi experimenta consentiunt. Cochleam mihi paraveram satis affabre constructam, qui quadrantem circuli aptaveram desinentem in limbum sectum in gradus, & sexagesimas partes, ut angulos metiri liceret, quos axis cilindri cum finitore comprehendit. Quoniam vero, ubi ad certam anguli magnitudinem deventum est, sphærula intra spiram non amplius ascendit, sed vel manet immota, vel perpetuo descendit, quærere operæ pretium duxi anguli magnitudinem, ultra quem ascensus desinit, descensus incipit; angulum hunc deprehendi esse gr. 56, 30′ circiter. Diligentissime vero dimetiri curaveram angulum, quem spira cum ambitu basis cilindri efficit: is angulus erat gr. circiter 25, scilicet longe minor angulo gr. 33, 30′, eo

scilicet,

ſcilicet, quem finitor cum diametro circuli comprehendit. Mirabitur fortaſſe aliquis, cur ſphærula ſub angulo majore 56. 30′ aſcendere non perrexerit, quod a duabus cauſſis repetendum eſſe putavi, primum a frictione ſphærulæ cum intima ſuperficie ſpiræ minus polita, & fortaſſe etiam ſcabra; ſecundo a ſingularum ſpirarum vel diſſimilitudine, vel inæquali inclinatione. Neque enim tantum artifici tribuo, ut geometræ inſtar geometricam quodammodo in dimetiendis ſingularum ſpirarum tum inclinationibus, tum curvitatibus curam collocaverit. Satis eſt pro inſtituti noſtri ratione doceri, illud ſanctum, ratumque eſſe, videlicet requiri exceſſum anguli comprehenſi a diametro baſis, & finitoris ſupra angulum ſpiræ cum perimetro baſis, ut aqua in Cochleam aſcendat.

Ut de rei veritate certior evadas, finge $m = n$, erit etiam $M = N$. Hinc $PH = \sqrt{\frac{o}{Mn}}$. Igitur æquales propoſiti

H anguli

anguli esse non possunt. Finge praeterea $n = 0$, evadet $x = \frac{1}{0}\sqrt{-m^2}$, scilicet imaginaria. Repugnat propterea ascensus in Cochlea, cilindro finitori parallelo. Quod si demum eam hypothesim comminiscaris, juxta quam n sit infinite major m, propterea $x = \pm \frac{1}{Mn}\sqrt{M^2 n^2 - N^2 m^2} = \frac{1}{Mn}\sqrt{M^2 n^2} = 1$. Hinc $\sqrt{1 - x^2} = \sqrt{1 - 1} = 0 = \frac{1}{n}$, seu infinite minimum, & nullus erit arcus hydrophorus.

Quoniam E definit initium arcus hydrophori ECe, arcus MAM supra aquam extabit, & chorda MPM erit limes, qui dirimet partem basis extantem a demersa. Quia vero $PM = \sqrt{1 - x^2} = \frac{mN}{Mn}$, erit $\frac{2mN}{Mn} = MM$. Verum, quia noto sinu MP,

MP, notus est etiam arcus AM, seu ejus duplum MAM, proinde constabit etiam numerus graduum partis circuli extantis, & sub aqua demersi. Finge PM = 74991, scilicet sinus arcus AM gr. 48. 35'. Quare ejus duplum, seu MAM, erit sinus gr. 97. 10'. Hnc si a gr. 360 demas 97. 10', residuum erit gr. 262. 50', nempe pars circuli demersa MBM. Si pars demersa sit æqualis semicirculo, evadet PM = AH, seu radio. Hinc $x = o$, seu $\sqrt{1 - x^2} = 1$, evanescente PH. Verum, si PM = o, hoc in duplici hypothesi potest contingere, nempe vel ubi tota cilindri basis extat, vel ubi tota ab aqua abluitur. In prima hypothesi puncta P, M concurrunt in B, in secunda concurrunt in A. Quod si velis exprimere numeris valorem EG, non erit valde operosum. Sume iterum præ manibus $EG = n.\overline{1 + x} + \frac{m\,NS}{M}$. Quoniam, ubi EG evadit maximum, $x = \frac{1}{Mn}\sqrt{n^2 + m^2}$, loco x superius

 supple

supple ejus valorem. Quare $n.\overline{1+x} = n.\overline{1+1\sqrt{n^2-m^2}}$. Quia vero x est
$\overline{Mn}$

cosinus arcus S, erit $\sqrt{1-x^2} = \frac{mN}{Mn}$ sinus rectus arcus S. Hinc noto sinu arcus, invenies in canone valorem arcus S. Quo posito, facile exprimes, quantitatibus notis, vel numeris, valorem EG. Pone m esse sinum arcus gr. 5, erit $m = 8715$, N vero sinum arcus gr. 60, erit $N = 86602$; propterea $n = 50000$, $M = 99619$. Hinc $\frac{mN}{Mn} = \frac{8715.\ 86602}{99619.\ 50000} = 0.\ 15154$, seu sinus arc. gr. 8. 43′, & S = arc. gr. 8. 43′, $x = 0.\ 98844$, seu sinus arc. gr. 81. 17′, & seu sinus complementi arc. 8. 43′. Itaque $n.\overline{1+x} + \frac{mNS}{M} =$

$\overline{0.\ 50000.\ 1 + 0.\ 98844} + \overline{0.\ 8715.\ 0.86602} / 0.\ 99619$

$\overline{\text{arc. gr. 8. 43'}} = 0.\ \overline{50000\ \ 1 + 0.\ 98844}$
+

$+ \frac{\overline{0.8715} \cdot \overline{0.86602}}{0.99619} \cdot \overline{0.15214} = \overline{0.50000}$

$\overline{1 + 0.98844} + \overline{0.7577} \cdot \overline{0.15214} = 1.00574$. Maxima EG $= 1.00574$.

Alterum exemplum afferam. Finge $m = \frac{\sqrt{1}}{2}$, scilicet Cochleam angulum semirectum cum ambitu basis cilindri comprehendere. Quare erit $M = m = \frac{\sqrt{1}}{2}$. Hinc E G $= n . \overline{1 + x} + NS$. Sit angulus ABD gr. 53. 8′, erit ejus sinus $n = 0.80000$, $N = 0.60000$ proxime, seu sin. ang. gr. 36. 52′. Idcirco $n . \overline{1 + x} + NS = 0.80000 . \overline{1 + x} + 0.60000 . S$. Quoniam $\sqrt{1 - x^2} = \frac{N}{n} = \frac{0.60000}{0.80000} = 0.74991$, $x = 0.66153$.

Quare arcus AM = gr. 48. 35′, cujus compl. erit gr. 41. 25′. Igitur $n . \overline{1 + x} + NS = \overline{0.80000} . \overline{1 + 0.66153} + \overline{0.60000}$. arc. gr. 48. 55′ $= \overline{0.80000}$

$\overline{1 + 0.66152} + 0.\overline{60000}.\ 0.\overline{84797}$. Verum $0.60000.\ 0.\overline{84797} = 0.50878 = NS$. Sicuti $n.\ 1 + x = 1 + 0.32922$. Quare $1 + 0.32922 + 0.50878 = n.\overline{1 + x} + NS = 1 + 0.83800 = EG$. Secundo exemplo tertium addam, ne materies exercendæ analyseos-junioribus desit. Sit $m = 5233$, sin. gr. 3, $M = 99862$, sin. gr. 87, seu sinus complem. arc. gr. 3, $N = 76604 =$ sin. gr. 50, $n = 64278$, erit $\frac{m\ N}{M\ n} = \frac{5233 \cdot 76604}{99862 \cdot 64278} = \overline{6240}$ sin. gr. 3. 35′, $x = 99804$, sin. gr. 86. 25′, $1 + x = \frac{199804}{100000}$, $n.\ \overline{1 + x} = \overline{64278} \cdot \overline{199804} = 1 + \frac{28400}{100000}$, $\frac{mN}{M} = 4014$, $S = 6254$, $n.\ \overline{1 + x} + \frac{mN}{M}$

$S = 1 + \frac{28400}{100000} + \frac{00251}{100000} = \frac{128651}{100000} =$ 1. 0.28651. In

In secundo exemplo supra allato arcus basis cilindricæ extans supra aquam erit gr. 17. 26', demersus erit gr. 342. 34'. In tertio exemplo arcus extans erit gr. 7. 10', demersus gr. 352. 50'. Hactenus a nobis quæsita fuit mensura arcus, ad quem pertinet primum maximum, hoc est proximum origini Cochleæ, seu A. Nunc superest invenire mensuram alterius arcus majoris maxime ab A dissiti, scilicet A m, ad quem pertinet alterum maximum eg. Eadem $n.\ \overline{1 + x} + NS = EG = eg$ nos ducet ad inquisitionem hujusce arcus. Illud hic animadverte, valores tum ipsius x, tum S oportere esse diversos. Nam in primo casu $x = PH$, in secundo $-x = -pH$, arcus primus AM $= s$, arcus secundus A $m = S$. Finge $x = 9584$, seu sinum arc. gr. 5. 30', seu sinum complem. arc. gr. 84. 30', erit proinde $1 - x = \frac{1 - 9584}{10000}$, qui ductus in 80000 dabit [illegible] 800000 . x = [illegible] 80000 [illegible] 76672 [illegible] 60000 [illegible]

[illegible] o.

$0.\overline{60000}.\ 0.\overline{300800} = \frac{180472}{100000}$ circiter.

Hinc $n.\ \overline{1 + x} + NS = EG = eg = 0.80000 - \overline{76672} + 180472 = 160472 - 0.76672 = 1.83800$. Ut ſcias quot gradibus conſtet arcus 300800, inſtitue hanc proportionem, ſcilicet ut menſura arcus gr. 48. 35′, ad ejus gradus, ita menſura arcus quæſiti ad numerum ejus graduum, nempe 84797: 2925 : : 300800 : 10400, qui diviſus per 60 dabit circiter 174 gr. 30′, a quo ſi demas arcum AM = 48 gr. 35′, ſupererit arcus mm 125 gr. 55′. Animadvertas velim x non eſſe minus ſinum complementi arc. gr. 84. 30′, quam arcus gr. 174. 30′, ut conſtat ex elementis trigonometriæ, ac propterea x eſſe ſinum complementi arcus inventi. Supra invenimus $n.\ \overline{1 + x} + \frac{mNS}{M} = \overline{0.50000}.\ \overline{1 + 0.98844} + 0.7577.\ 0.15214 = 1.00574 = EG$. Quærendus eſt valor correſpondens alteri eg. Pone

re $x = 25797$ sin. gr. 14. 57', seu sinus compl. gr. 75. 3'. Hinc $1 + x = \frac{125797}{100000}$,

qui ductus in o. 50000 dabit o. 62898 $= n. \overline{1 + x}$. Quoniam $\frac{m\,N}{M} = 7577$, erit

$\frac{m.\,N\,S}{M} =$ o. 7577 S. Hinc $n. \overline{1 + x}$

$+ \frac{m\,N\,S}{M} =$ o. 62898 $+ 7577\,S = 100574$.

Quare $100574 - 62898 = 37676 = 7577\,S$, & $S = \frac{37676}{7577} = 4.$ o. 97241

$=$ arc. gr. 284. 57' circiter. Etiam hic animadverte x esse sinum complementi anguli ad duos rectos. Praeterea, quoniam x est positivus, debet pertinere ad quartum quadrantem circuli. Nam x pertinens ad secundum, & tertium debet esse negativus: nequit autem pertinere ad primum, quia sinus est complementi ad duos rectos. Propterea spectabit ad quartum quadrantem, ut

 con-

constat ex arcu gr. 284. 57′ = 90 + 90 + 90 + 14. 57′. Ab arcu gr. 284. 57′ si demas arcum gr. 8. 43′, supererit arc. gr. 276. 14′.

In tertio supra allato exemplo $n. \overline{1+x} + \frac{m\,NS}{M} = 128651 = EG$. Similiter invenies distantiam alterius maximę, ut supra. Nam si ponas $x = 66131$ sin. arc. gr. 41. 24′ proxime, erit $n. \overline{1+x} = \frac{106800}{100000} = 1.06800$, $\frac{m\,NS}{M} = 4014.\frac{544300}{100000} = 0.21851$ proxime. Quare $n. \overline{1+x} + \frac{m\,NS}{M} = 106800 + 0.21851 = 1.28651$. Hinc, si instituas, ut supra, proportionem, scilicet 84797 : 2915 : : 544300 : 18720 circiter, quem si dividas per 60, invenies arcum alterum gr. 311. 24′ proxime. A quo si demas arcum gr. 3. 35′, supererit arcus gr. 307. 49′. Data magnitudine spiræ, invenies magnitudinem arcus hydro-

drophori respondentis arcui circuli. Ita enim se habet ambitus basis cilindricæ ad spiram integram; ita arcus ejusdem circuli interceptus arcui hydrophoro ad arcum hydrophorum. Dic π ambitum circuli, P spiram integram, S arcum circuli. Erit $\pi : P :: S : \frac{PS}{\pi}$ = arcui hydrophoro. Quare, si π = 360 gr., S = 307, 49', erit $360 : P :: 307 . 49' :: \frac{P. \ 307 . 49'}{360} = R.$ Hinc erit arcus hydrophorus ad arcum reliquum aëreum, ut R : P—R. Similiter erit aquæ quantitas, quam spira plena contineret, ad aquæ quantitatem in arcu hydrophoro contentam P : R, seu ex gr. 360: 307. 49', seu ut 21600: 18420:, seu ut 10800: 9210, vel 5400: 4605, proxime. In alio exemplo arcus 276. 14', erit aquæ quantitas, cujus est spira plena capax ad aquam in arcu hydrophoro, ut 5400: 4143. In tertio vero exemplo arcus gr. 125. 55' 19 erit 21600: 7555, seu proxime 29: 10.

Quia vero singulæ spiræ æquales sunt; sicuti omnes arcus hydrophori, erit summa aquæ in omnibus spiris plenis ad summam aquæ in arcubus hydrophoris in eadem ratione unius spiræ ad arcum hydrophorum.

Eo major erit, cæteris paribus, arcus hydrophorus, quo minor erit angulus comprehensus a tangentibus spiræ, & ambitus basis, quod ex exemplis supra allatis licebit arguere. Sume præ manibus exemplum superius, juxta quod arcus hydrophorus se habet ut $S = \frac{21851}{m N} M$. Quo minor erit propositus angulus, eo minor evadet ejus sinus m, ac major sinus complementi, ac propterea quantitatis $\frac{21851}{N}$ multiplicator M evadet major, divisor m minor. Idcirco $\frac{21851}{m N}$ M erit quantitas major altera, in qua m sit major, M minor.

Eo vero major erit arcus hydrophorus, quo minor erit angulus compre-

hen-

hensus, ab axe cilindri cum finitore. Minor enim evadit ejus sinus N, ac proinde divisor $\frac{21851}{mN}$ M = S.

Methodus a Pitoto adhibita eadem reipsa est, ac Bernoulliana, excepta literarum nomenclatura, & initio x, licet junioribus geometris ad speciem diversa videri possit, quod facile ostendo. Dic $AB = 2r$, $AP = x$, $AD = b$, $BC = a$, $AM = s$, $PE = ME = y = \frac{as}{c}$. Ex similitudine triangulorum ADB, FPB inferes $PF = \frac{2rb - bx}{2r}$. Quare $FE = \frac{2rb - bx}{2r} + \frac{as}{c}$. Duo alia triangula similia, scilicet ADB, GFE exhibebunt valorem $GE = \frac{2rb + bx}{f} + \frac{arax}{cf}$, quae juxta methodum de maximis, ac minimis evadet maximum, vel minimum

mum, quotiescumque erit valor $x = r + \frac{r}{cb}$ $\sqrt{c^2b^2 - 4r^2a^2}$, alterum scilicet $x = r + \frac{r}{cb}\sqrt{c^2b^2 - 4r^2a^2}$ pertinet ad minimum, $x = r - \frac{r}{bc}\sqrt{c^2b^2 - 4r^2a^2}$ ad maximum primum. Sit maximi alterius punctum summum e, a quo ad finitorem demittatur perpendicularis eg, ea erit æqualis EG. Jungantur puncta E, e, ducta Ee, erit EeGg quadrilaterum: ducta vero eR parallela EF erit eidem æqualis, seu eR = EF $= 2rb - bx$ $+ as$. Dic QB $= z$. A puncto E duc ad ambitum basis cilindricæ normalem em, erit hæc parallela, & æqualis EQ, sicuti supra ME = PE. Propter similia triangula ABD, BRQ, erit QR $= \frac{bz}{2r}$.

Qua-

Quare $Qe = me = Re - QR = \frac{2rb - bx}{2r} + \frac{as}{c} - \frac{bz}{2r}$. Propter duplicem quantitatem incognitam, invenienda est altera æquatio, cujus ope alterutra evanescat. Hanc autem æquationem suppeditabit sequens proportio, scilicet AMB : BC :: AMBm : me. Dic Bm = S. Quare $c : a :: c + S : \frac{ac + aS}{c} = \frac{2rb - b}{2r}$ $+ \frac{as}{c} - \frac{bz}{2r}$. Dic $\frac{2rb - bx}{2r} + \frac{as}{c} =$ b, erit $\frac{ac + aS}{c} = \frac{as}{c} + b - \frac{bz}{2r}$, seu $a - b + \frac{bz}{2r} + \frac{aS}{c} = o$, seu $a - b + \frac{bz}{2r}$ $+ \frac{a}{c} \frac{rdz}{\sqrt{2rz - z^2}} = o$.

Quare, invento valore z, definies punctum Q; a quo ducta ad spiram Qe, normalis AB definiet punctum alterum e

ma-

maxime dissitum a finitore. Resolutio hujus æquationis deposcit rectificationem arcus Bm, quod algebraice, ut constat, obtinere non licet. Si vero B m in seriem resolvas, prodibit æquatio, in qua z ad gradus altiores assurget, quo major erit numerus terminorum seriei. Ex. gr. $S\frac{rdz}{\sqrt{2rz - z^2}} =$

$$2rz^{\frac{1}{2}} + \frac{z^{\frac{3}{2}}}{2.3.2r^{\frac{1}{2}}} + \frac{3z^{\frac{5}{2}}}{4.5.2r^{\frac{3}{2}}}$$

$$+ \frac{15z^{\frac{7}{2}}}{7.8.2r^{\frac{5}{2}}} \text{ \&c. Hinc } \frac{bz}{2r} + \frac{a}{c}$$

$$2rz^{\frac{1}{2}} + \frac{z^{\frac{3}{2}}}{2.3.2r^{\frac{1}{2}}} + \frac{3z^{\frac{5}{2}}}{4.5.2r^{\frac{3}{2}}} \text{ \&c.}$$

$+ a - b = 0.$

Methodus hæc inveniendi valorem z constabit labore multo, nec unquam dabit

va-

valorem verum, ſed unice vero proximiorem. Præſtabit itaque iterum in manus ſumere $n.\overline{1+X}+\frac{m\,NS}{M}=EG$, & rem tentare quærendo varios valores ipſius n deinceps ſufficiendos in propoſita æquatione, donec is occurrat, qui propoſito ſatisfaciat.

Si producatur minimum ad arcum aëreum, concurret cum ejus vertice, & evadet maximum, ſeu erit punctum maxime diſtans a finitore.

CAPUT VI.

De momento potentiæ cilindro applicitæ in æquilibrio cum momento ponderis in Cochlea inclusi.

AQua in arcus hydrophoros distributa, quiescente cilindro, sese habet veluti liquor in fistulis communicantibus deinceps positis ad libellam compositus. Verum, quia hujusmodi arcus hydrophori appositi oblique sunt superficiei cilindri circa suum axem volubilis, videntur habere rationem ponderis veluti vecti appliciti nitentis descendere, & suo descensu circumagere ipsum cilindrum, ut magis, ac magis descendat. Duplicem hypothesim fingo; juxta primam colloco sphærulam spiræ nitentem; juxta alteram sphærulæ sufficio aquam, seu fluidum: lex momentorum erit utrobique eadem, nisi quod pondera fluidi aliter, ac solidi exprimenda sunt, ac repræsentanda.

Quæ-

Quærendum itaque est momentum hujus vis, cui resistat momentum potentiæ radio cilindri perpendiculariter insistentis. Incumbat semispiræ A P E sphærula P, cujus gravitatem, ac directionem exprimat P Q finitori perpendicularis. A centro sphærulæ P ducatur P R F utrinque producta parallela axis cilindri directioni. Quoniam vis P Q est obliqua axis cilindri directioni, non agit tota in cilindro circumvolvendo: quare erit rite decomponenda in duas, demissa Q R perpendiculari supra F P R, scilicet in P R, & Q R. Illa utpote parallela axis directioni, nihil in axem agit. Idcirco superstes erit Q R normalis dictæ directioni, quæ propterea erit pars vis, seu ponderis agentis in cilindri conversionem. Propter similitudinem triangulorum P Q R, A D B, erit D B : A D : : P Q : Q R, seu ut sinus totus ad sinum anguli A B D. Quare retento simbolo n, dicto pondere sphærulæ P, erit 1 : n : : P : n P = Q R. Quia vero vis hæc oblique agit in radium cilindri,

Tab. II. Fig XIII.

ideo ejus distantia a centro motus, seu mensura vectis erit, ut perpendicularis ducta ab axe, vel centro motus supra directionem vis nP, seu in re præsenti, ut sinus anguli AHM, seu arcus AM, seu $\frac{mN}{Mn}$.

Hinc momentum sphærulæ erit nP in $\frac{mN}{Mn}$, seu ut $\frac{mNP}{M}$, cui æquale esse debet momentum potentiæ, seu potentia ducta in radium, seu AF in R. Hinc $\frac{mNP}{Rm} = F$. Eadem methodo utar ad inveniendum momentum fluidi. Sit arcus hydrophorus EGH spiræ BEF aquæ plenus. A punctis E, H demitte super ambitum basis, seu circuli AOBA perpendiculares Ee, Hh. Sume Mm elementum arcus hydrophori infinite parvum, a cujus terminis M, m duc MN, mn normales basi, & ab eodem M, MQ perpendicularem mn, erit $MQ = nN$, seu arcui minimo circuli. Demum a punctis N, n, e, h ducantur NK, nk, eR, hS per-

Tab. II. Fig. XIV.

perpendiculares AB. Dic P pondus aquæ, V ejus volumen (quod erit ut ipſum pondus), $BN = s$, $Nn = QM = ds$, $CB = r$. Quoniam angulus mMQ comprehenditur a tangentibus circuli, & ſpiræ, erit Qm ut ejus ſinus, ſicuti QM ut ejus coſinus, & Mm ut ſinus totus. Quare erit $r : M :: Mm : ds$, ſeu $Mm = \frac{rds}{M}$.

Hinc $V : P :: \frac{rds}{M} : \frac{Prds}{MV}$ æquale elemento ponderis arcus hydrophori. Actio hujus ponderis, ut ſupra docui, eſt obliqua directioni axis; idcirco decomponenda eſt de more in duas, alteram parallelam axi, alteram perpendicularem, quæ unice agit in axem. Hæc, ut ſupra invenimus, ſe habet ut n. Itaque $r : n : \frac{Prds}{MV}$, ſeu $\frac{Pnds}{MV}$ exprimet vim, quam pondus elementi arcus hydrophori in axem exerit. Hæc vis ducta in ſinum anguli ACN, ſeu in NK dabit momentum elementi propoſiti. Dic

KB =

KB $= x$, erit AK $= 2r - x$. Hinc KN $= \sqrt{2rx - x^2}$; erit itaque hoc momentum $\frac{Pn\,ds \cdot \sqrt{2rx - x^2}}{MV}$. Verum $ds = \frac{r\,dx}{\sqrt{2rx - x^2}}$. Igitur $\frac{Pn\,ds\,\sqrt{2rx - x^2}}{MV} = \frac{Pnr\,dx}{VM}$, cujus integrale $\frac{Pnrx}{VM}$; quod si à BK demàs constantem $b =$ BR, evadet $\frac{Pnr}{VM} \cdot \overline{x - b} = \frac{Pnr}{VM} \cdot \overline{\text{KB} - \text{RB}} = \text{KR}$.

Quia vero arcus hydrophorus non continetur limitibus M, E, sed H, E, quibus non respondet KR, sed SR constans; propterea loco KB sufficiendum erit SB $= x = a$, & evadet SR $=$ SB $-$ RB $= a - b$. Hinc $\frac{Pnr}{VM} \cdot \overline{a - b}$ erit momentum aquæ in arcu hydrophoro contentæ, cui æquale esse oportebit momentum potentiæ radio cilindri normalis, nempe $Fr = \frac{Pnr}{VM} \cdot \overline{a - b} =$

$F = \frac{Pn.\overline{a-b}}{VM}$. Potentia eadem erit in æquilibrio vel cum arcu hydrophoro, vel cum pondere solidi æquali, nempe $\frac{mNp}{M} = \frac{Pn.\overline{a-b}}{MV}$, posito radio $= 1$. Juxta superius tradita $n.\overline{1+n} + \frac{mNs}{M} = n.\overline{1+X} + \frac{mN}{M}.S$. Hic $1+n = AR = 2r-b$. Quare $n.\overline{1+n} = n.\overline{2r-b}$, $s = Be$. Igitur $n.\overline{1+n} + \frac{mN}{M}.s = n.\overline{2r-b} + \frac{mN}{M}.Be$. Iterum $AS = 2r-a$, $n.\overline{1+X} = n.\overline{2r-a}$, $S = Be + cA + Ab$, & $\frac{mNS}{M} = \frac{mN}{M}.\overline{Be+cA+Ab}$. Æquales itaque erunt $n.\overline{2r-b} + \frac{mN}{M}.$

Be=

$$Be = n.\overline{2r - a} + \frac{mN}{M}.\overline{Be + eA + Ab}.$$

Deletis vero terminis utrinque æqualibus, supererit $- nb = - na + \frac{mN}{M}.\overline{eA + Ab}$,

seu $n.\overline{a - b} = \frac{mN}{M}.\ eAb$. Quia vero

$M : 1 :: AeB :$ ad ſemiſpiram; & AeB eſt ad ſemiſpiram, ut eAb ad arcum hydrophorum; idcirco erit $M : 1 :: AeB : V$. Hinc $MV = AeB$. Itaque $n.\overline{a-b}$ $= \frac{mN}{M}.\overline{MV}$, ſeu $\frac{n.\overline{a-b}}{MV} = \frac{mN}{M}$. Quia vero $P = p$, erit $\frac{nP.\overline{a-b}}{MV} = \frac{mNp}{M}$. Q. E. D.

Quoniam, ut ut arcus hydrophorus creſcat, perpetuo $\frac{mN}{M}$ conſtans eſt, hinc potentia ſe habebit ut pondus extollendum, ſeu ut arcus hydrophorus. Quod ſi, retenta eadem Cochlea, mutare velis inclinationem tum cilindri, tum ſpirarum,

erunt

erunt vires, ſeu potentiæ $F : f :: \frac{mNp}{M} : \frac{qt\pi}{Q}$. Si vero aqua ſit ubique eadem, erit $F : f :: \frac{mN}{M} : \frac{qt}{Q}$. Demum ſi $M = m$, ſcilicet ſi anguli comprehenſi a tangentibus circuli, & ſpiræ ſint ſemirecti, erit $Fr = Np$, hoc eſt $F : p : N : r$, ſeu erit potentia ad pondus, ut altitudo cilindri ad ejus radium, ſeu potentia ad pondus, ut ſpatium a pondere deſcriptum ad ſpatium a potentia deſcriptum eodem tempore, nempe vires erunt in ratione celeritatum reciproca, ut conſtat ex principio mechanico.

CAPUT VII.

De motu fluidorum in Cochlea.

SImul ac cilindrum in gyrum agere coeperis, arcus hydrophori ad libellam compositi assurgunt, & locis ita similibus perpetuo succedunt, ut, si Cochlea crystallina utaris, nullus nec progressus, nec motus aquæ, qui sub sensus cadat, inesse aquæ videatur. Ratio in promptu est. Quum enim singulæ partes arcus hydrophori æqualiter promoveantur, æqualem invicem distantiam perpetuo servant, ac propterea locum respective non mutant. Insuper propter similitudinem singularum spiræ partium, singuli arcus ut ut translati semper similibus spiræ partibus insident: demum in easdem sedes deinceps trajiciunt, quæ ab antecedentibus arcubus tenebantur. Insideant arcus, ex. gr. M, N, O, P, Q sedibus A, B, C, D, E &c. In singulis

cilindri revolutionibus singuli arcus ab una ad aliam sedem deinceps promoventur. Ita M ab A transfertur in B, mox a B in C, & sic deinceps: sedes vero relictæ perpetuo statim supplentur ab aliis arcubus deinceps assurgentibus. Quare, quum singuli arcus non solum similes, sed etiam æquales inter se sint, & in easdem sedes æquali tempore deinceps transferantur, nulla mutatio in Cochlea apparebit, & ideo aqua tanquam quiescens reputabitur. Nullus tamen dubito, quin in subita, & citima cilindri revolutione, & violenta fulcri Cochleæ agitatione aliquæ oscillationes arcubus hydrophoris accidant, quæ cito evanescent motu machinæ, & cilindri ad certam legem revocato.

Ascensus totius aquæ in Cochlea contentæ in qualibet cilindri revolutione æqualis est ascensui unius arcus hydrophori, qui totam cilindri altitudinem eodem tempore percurreret. Sit altitudo Cochleæ, seu cilindri L, massa aquæ singulorum arcuum

M, numerus ſpirarum, ſeu arcuum l: in ſingulis cilindri revolutionibus aqua tranſfertur ab una in aliam deinceps ſpiram, & æqualiter aſcendit: emenſo ſpirarum ſpatio aqua effluit. Quare erit altitudo aquæ unius arcus hydrophori, ad quam aſcendit in ſingulis cilindri revolutionibus $\frac{ML}{l}$, qui ductus in ſpirarum numerum, ſeu in l, dabit ſummam aſcenſus omnium arcuum in qualibet cilindri revolutione, ſcilicet ML. Q. E. D.

Quum aqua in Cochlea per plana ſimiliter inclinata perpetuo deſcendat, venit in mentem quærere, utrum ea motu accelerato feratur eadem lege, qua corpora in planis inclinatis deſcendunt. Dubitandi locum dedere experimenta, & rationes nonnullæ petitæ ab indole, & natura hujus Cochleæ. Ita enimvero mecum ipſe ratiocinabar: Si aqua deſcenderet in Cochlea motu accelerato, ex orificio ſummo efflueret, antequam periodus integræ circumvo-

lutio-

lutionis absolveretur. Quum enim ejus motus sit uniformis, aquæ vero accelezatus, aqua tandem præverteret motum cilindri. Aliter vero experimenta, & ratio ipsa suadent. Nam aqua effluere incipit tantum, circumvolutionis periodo expleta. Neque aliter se habere res potest. Progressus aquæ in Cochlea est in ratione circumvolutionis cilindri. Quantum enim cilindrus circumagitur, tantum aqua in Cochlea progreditur. Rem facile intelliges, si animum recte advertas ad applicationem Cochleæ cilindro. Cochlea hæc ita est applicita cilindro, ut altera semispira, immoto cilindro, descendat, altera ascendat. Quare aqua, immoto cilindro, occurrens spiræ ascendenti, hæret, nec ultra progreditur. Ope vero circumvolutionis, spiræ ascendentis planum tantum deprimitur, quantum cilindrus circumvolvitur, ac propterea tantum aquæ in spira progredi licebit, quantum cilindri in gyrum acti opera planum depressum occurrit. Aliter iterum aqua hæ-

re-

rebit, ac fistet. Quod si velis, ex descensu per spiram minimum aliquem velocitatis gradum ab aqua acquiri, ajo fore ut hunc gradum mox totum amittat ex occursu plani assurgentis. Finge enim, aquam ex descensu per spiram minima parta velocitate ita progredi, ut occurrat plano Cochleæ ascendenti, antequam, cilindro satis circumacto, spira descendat. Aqua impingens in planum amittet velocitatem minimam antea partam. Quum enim planum ascendens sit æqualiter inclinatum ac planum superius descendens, idcirco aqua tantum velocitatis ex ascensu amittet, quantum ex descensu acquisierat; ac propterea extincta velocitate antecedenti, perget descendere unice ex actione gravitatis exerta per planum descendens occurrens, converso cilindro. Quare aut aqua non descendet in spira motu accelerato, aut illum facile amittet impingens in planum ascendens. Aliquando tamen videtur aqua effluere, ante conversionem integram absolutam.

Sive celeriter, sive leniter cilin-

drum

drum circumagas, eamdem aquæ quantitatem attolli oportere, videtur ſane eſſe rationi conſentaneum: aliqua tamen experimenta a me inſtituta aliter ſuadent. Uſus ſum Cochlea duobus ſpirarum ordinibus inſtructa: duo infima orificia aquam inferne in concha ſubjecta excipiebant, duo ſumma aquam exceptam ſuperne reddebant. Angulus a finitore, & cilindri axe comprehenſus erat grad. circiter 29; angulus vero a tangentibus ſpiræ, & ambitus cilindri contentus gr. 4. Concha ſubjecta erat aquas ſatis plena, ac prope redundans ita, ut maxima pars baſis cilindricæ in aqua nataret. Duodeno revolutionum numero, ſeu periodo exacta, metiebar aquæ quantitatem in ſuperiorem concham traductam. Dabam etiam operam, ut aquæ libella in inferiori concha eadem perpetuo eſſet. Hiſce habitis, experimentorum exitum referam. Cilindro leniter æquabiliter circumducto, in prima 12 revolutionum periodo, aqua ſuperne reddita erat unc. 4 drac. 7 $\frac{1}{2}$, in ſe-

secunda similium revolutionum periodo aquæ erat unc. 4 den. 2, in tertia unc. ferme 5.

In secunda experimentorum serie retinui eadem, quæ antea, unice mutata revolutionum celeritate longe majori. In prima 12 revol. periodo aquæ mens. unc. 4 den. 18; in secunda, aucta adhuc velocitate, unc. 4 den. 19; in tertia unc. 4 $\frac{1}{2}$. Ex quo constat, aquæ mensuram eamdem ferme reddi, sive celeriter, sive leniter cilindrum circumagas, retenta eadem aquæ libella in concha subjecta.

Aliam experimentorum seriem occepi, aquæ libella humilius demissa, detracta certa portione aquæ. In prima 12 revol. periodo, cilindro segniter acto, aquæ mens. unc. 4 den. 11. Aucta cilindri celeritate aquæ mens. unc. 3 $\frac{1}{4}$. Iterum aucta veloc. aquæ mens. unc. 3 den. 15; iterum magis aucta veloc., aquæ mens. unc. 3, den. 10.

Subsidente magis, magisque aquæ libel-

bella, ad alia similia experimenta iterum deventum est. Cilindro segniter in gyrum acto, aquæ mensura superius redditæ erat unc. 3 den. 18; aucta vero cilindri celeritate, aquæ mens. unc. 2 $\frac{1}{2}$. Decrescente magis, magisque aquæ quantitate in concha subjecta, periodus 12 segnium revolutionum dedit unc. 3 den. 3; periodus vero celerium unc. 2 den. 4. Demum nova aquæ mensura subducta, prima experimentorum series, cilindro leniter rotato, dedit unc. 2 den. 15; secunda vero, cilindro velociter acto, unc. 2 den. 3 Ex quibus videtur deduci posse, celeritatem cilindri in caussa esse, cur minus aquæ in Cochleam ascendat, quotiescumque aqua in concha subjecta recepta minuitur. Caussa fortasse repetenda est, quia ex celeritate cilindri agitatio in aquam assurgentem aëri admixtam inducitur; agitatio vero motum ex legem perturbatum, nec vorticum omnino fortasse expertem gignit, qui propterea ascensui directo aquæ obstat, & officit. Aqua enim

 qua-

quaquaverſus acta in varias directiones abit, aliquando contrarias, aliquando ſubcontrarias, ac proinde minus conſpirantes cum ſpiræ flexu, ac directione. Quo vero minus aquæ in Cochleam ingreditur, eo major turbationis, ac diſtractionis cauſſa in promptu eſt propter majorem aëris quantitatem aquæ intermixtam, qui motum magis magiſque perturbat, & quaquaverſum torquet.

Quærere ſubiit, utrum fulcra cilindri ſuſtineant abſolutum aquæ pondus deſcendentis in Cochlea, an unice eam partem, quæ proportionalis eſt actioni gravitatis, qua aqua Cochleæ incumbens eamdem premit. Dubitandi ratio deducitur ex ea gravitatis lege luculentiſſimis experimentis confirmata, juxta quam actio gravitatis vel deſcenſu corporum, vel niſu, & preſſione exeritur, ita ut, dum deſcendunt, non premant, dum vero premunt, non deſcendant. Aliter eadem cauſſa ſimul duos effectus produceret, quorum ſinguli totam cauſſæ vim, & facul-

ta-

tatem æquarent. Quum vero, dum cilindrus circumagitur, aqua in Cochlea perpetuo descendat veluti per plana similiter inclinata, nulla alia pars pressionis videtur in fulcra transferri oportere, nisi ea, quæ respondet actioni gravitatis contra plana exertæ, reliqua in ipso descensu, ut ita dicam, exhausta, & consumpta. Ego sane existimo admodum difficile esse de hac re certum judicium ferre; neque antea posse sententiam pronuntiari, quam de nonnullis, quæ in ipso Cochleæ usu accidunt, certior fias. Non desunt qui dubitent, in ipso spiræ flexu motum aquæ aliquantum interrumpi: aliqui addunt, ex revolutione cilindri vim centrifugam excitari, quæ, quum exeri non possit ob perpetuam Cochleæ a centro motus distantiam, agat in Cochleæ latera, quorum resistentia, ac reactio redundet, seu resiliat in fulcra; quod si aqua motu accelerato descendat, ex occursu plani salientis actio in planum trajicietur in eadem fulcra. Ex scabritie

 ejus-

ejusdem plani nova iterum caussa resistentiæ, seu obicis, seu nisus in fulcra. Qui hæc singillatim animadverterit, ac discusserit, hærebit fortasse in hujus caussæ cognitione, nec ad litem dirimendam erit satis comparatus. Scio posse ad experimenta provocari, quæ & difficilia, & exitus non satis certi existimo, nec operæ pretium esse in re non magni momenti hoc naturæ mysterium ad artis industriam interpretandum deferri, & mandari.

Si super simplici plano pondus æquale quantitati aquæ in Cochlea evehendæ eadem potentia, & celeritate ad eamdem altitudinem extollatur, erit etiam tempus elevationis utrinque æquale. Sit planum inclinatum A B C ejusdem altitudinis, & inclinationis, ac cilindrus M m N n, cui Cochlea circumvolvitur. Sit pondus P nixum plano A B in A æquale ponderi aquæ arcus hydrophori. Huic ponderi applicetur funis plano parallelus, quem in vertice B excipiat trochlea Q, quæ ejus dire-

Tab. II. Fig. XV.

directionem AB in BC transferat. Huic funi in E occurrat axis cilindricus volubilis HG, cujus ambitus sit æqualis spatio intercepto inter singulas Cochleæ spiras. Huic axi ad angulos rectos insere vectem KH æqualem cilindri radio: demum manubrio vectis RK applica potentiam æqualem potentiæ cilindro circumvolvendo appositæ, aio eodem tempore, quo aqua assurgit in *n*, pondus P ascensurum in B.

Quoniam tum potentiæ, tum distantiæ a centro motus, seu virium momenta, & velocitates utrinque æquantur, erunt etiam tempora singularum revolutionum utrinque æqualia. Præterea constat, in singulis cilindri revolutionibus aquam ab una spira in aliam assurgere, hoc est percurrere spatium in cilindro inclinato interceptum inter unam, & alteram spiram, seu describere partem aliquotam longitudinis ipsius cilindri. Verum, quia ex constructione ambitus axis HG est æqualis dicto spatio, ascendet pondus per dictum spatium, ex. gr. AD tempo-

re

re unius revolutionis, seu tempore, quo aqua ascendit in S. Similiter reliquæ partes aliquotæ tum cilindri, tum plani eodem tempore simul describuntur propter eamdem rationem. Idcirco eodem tempore, quo aqua ascendit in *n*, pondus P ei æquale ascendet in B. Q. *e*. *d*.

Non est necesse, ut longitudines plani propositi, & cilindri æquales sint. Æqualitas temporum locum habet, etiamsi longitudo A B sit major M *m*, dummodo pondus P, & aquæ simul describant partes plani, & cilindri proportionales longitudini plani, & cilindri. Ut id contingat, oportebit axis H G ambitum in ea ratione determinare.

Licet aqua non ascendat juxta longitudinem cilindri, sed juxta spiræ directionem, nihil hoc officit allatæ demonstrationi, dummodo constet, aquam una eademque revolutione percurrere spatium interceptum inter duas spiras eodem tempore, quo pondus æquale describit æquale

le

le ſpatium, vel proportionale in plano. Quare, ſi recte ſingula penſes, invenies, hanc machinam ad planum inclinatum revocari, ſicuti cæteræ, vel pleræque, ut ipſe Daniel Bernoullius animadvertit.

CAPUT VIII.

De quibusdam Cochleæ affectionibus ad ejus theoriam pertinentibus, & de aqua evectæ mensura.

NUmerus ſpirarum in qualibet Cochlea eſt in ratione reciproca ſinus anguli, quem comprehendunt tangentes circuli, & ſpiræ. Ut ſupra docuimus, recta B C intercepta inter diametrum cilindri, & limitem ſemiſpiræ ſe habet, ut ſinus anguli, quem dictæ tangentes comprehendunt. Hæc vero B C eſt pars aliquota longitudinis ipſius cilindri. Quoniam vero omnes ſemiſpiræ ſunt æqualiter ad ambitum circuli paralleli baſi cilindri inclinatæ, erunt etiam omnes earum ſinus æquales. Quare ſumma omnium ſinuum angulorum æqualium, quos comprehendunt omnes tangentes ſpirarum, & circuli, æqualis erit longitudini ipſius cilindri. Igitur, ſi B C = m, numerus ſpirarum N, erit m N æqualis dictæ longitudini. Quod ſi

Tab. II. Fig. XII.

cir-

circa eumdem cilindrum circumvolvas spiras aliter inclinatas, & sinus anguli comprehensi a tangentibus harum spirarum, & circulorum sit M, numerus vero spirarum n, erit M n æqualis longitudini ejusdem cilindri, seu $Mn = m$ N. Hinc N : n : : M : m. Q. E. D.

Eo major erit spirarum numerus, quo minor erit angulus spiræ, & circuli. Hinc, si is angulus evadet omnium, quam fieri possit, minimus, numerus spirarum evadet omnium possibilium maximus.

Quo major est numerus spirarum, eo pluribus cilindri circumvolutionibus opus est, antequam aqua effluere superne primo incipiat. Nam aqua in singulis circumvolutionibus unicam tantum spiram percurrit. Quare quo major erit spirarum numerus, eo major erit etiam circumvolutionum, antequam a prima spira ad ultimam ascendat.

Crescente spirarum numero, debebit etiam vis potentiæ crescere cilindro circum-

 vo-

volvendæ idoneæ. Nam aqua non effluit, nisi omnes arcus hydrophori sint aqua pleni: horum vero numerus respondet spirarum numero. Quare etiam massa aquæ movendæ erit ut numerus arcuum hydrophororum, seu spirarum, ac propterea potentia debebit esse hisce proportionalis. Animadverti supra, eo majores esse arcus hydrophoros, quo minor est angulus comprehensus a duabus tangentibus spiræ, & circuli. Ideo ex alia caussa crescere debet vis potentiæ, non ex eo titulo tantum, quia crescit spirarum numerus; sed ex illo etiam, quia singuli arcus hydrophori, utpote majores, majorem etiam aquæ massam continent, ac proinde majorem vim motricem exigunt.

Numerus canalium cilindro circumvolvendorum erit in ratione composita reciproca diametri singulorum canalium, & directa sinus anguli, quem comprehendunt tangentes cilindri, & spiræ; canales intelligo scilicet diversos spirarum ordines, qui cilindro

dro circumflecti solent. Tot vero Cochlea composita constabit canalibus, quot scilicet ordines spirarum cilindrum circumvolvent. Singuli hi canales differre poterunt diametro, & directione. Instituitur hic comparatio inter duas Cochleas cilindris æqualibus applicitas, sed canalibus directione, & magnitudine discrepantibus constantes. Ambitus circuli cilindri evolvatur in rectam A C, cui deinceps applicentur canales duo B*b* E*e*, B*b* F*f* æqualiter inclinati, sed inæqualis diametri, scilicet B E, B F: producantur tangentes canalium in E, F usque ad concursum cum A C in A, D. Erunt B E: B F:: A B: D B. Verum A B, D B sunt partes aliquotæ ambitus circuli. Hanc enim hypothesim statuo. Partes autem aliquotæ ejusdem ambitus circuli sunt in ratione reciproca numeri earumdem partium. Quare si dicti numeri dicantur n, N, erunt A B: D B:: $\frac{1}{n}$: $\frac{1}{N}$. Ergo erit B E: B

Tab. XII. Fig. XVI.

F::

F : : $\frac{1}{n}$: $\frac{1}{N}$, ſeu n ; N : : $\frac{1}{BE}$: $\frac{1}{BF}$. Q. E. D. Retineantur nunc diametri, & mutentur anguli inclinationis, ſcilicet angulus inclinationis canalis primi E A B, cujus ſinus M ; alterius vero ſit angulus G H K, cujus ſinus m, G K = E B, utpote æqualis diametri, ſinus vero totus R. Si primus canalis perpendiculariter inſiſteret baſi, eſſet ſpatium, quod occuparet, ad ſpatium, quod obliquus occupat, ut A B : E B : : R : M. Præterea in altero canali ſpatium, quod occupat in ſtatu obliquo, eſſet ad ſpatium, quod occuparet in recto, hoc eſt ſi perpendicularis eſſet baſi cilindri, G K : H K : : m : R, ſeu propter E B = G K, H K : E B : : R : m, & multiplicando invicem utraſque rationes, erit HK : AB : : M : m. Verum H K : A B : $\frac{1}{S}$. $\frac{1}{n}$. Voco S numerum partium aliquotarum ambitus circuli, cujus una pars

aliquo-

aliquota ſit HK. Ergo erit M : m : : $\frac{1}{S}$: $\frac{1}{n}$, ſeu n : S : : M : m. Quia vero N : n : : $\frac{1}{BF}$: $\frac{1}{BE}$, erit multiplicando invicem terminos analogos utriuſque proportionis N : S : : $\frac{M}{BF}$: $\frac{m}{BE}$. Q. E. D, ſeu numerus canalium erit in ratione directa ſinuum M, m, & reciproca diametrorum canalium.

Si ſinus evaneſcant, hoc eſt ſi canales ſint paralleli perimetro baſis, ſeu cum ipſis concurrant, erunt etiam canales $= o$. Verum ſi anguli evadant recti, ſeu M $= m = $ R, erit numerus canalium in ratione diametrorum reciproca. Quod ſi canales applicentur cilindris inæqualis amplitudinis, erit numerus canalium in ratione compoſita directa diametrorum cilindri, & ſinuum M, m, & reciproca diametrorum canalium.

Data

Data magnitudine arcus hydrophori, in promtu erit invenire quantitatem aquæ in ipso contentæ. Sit mensura arcus hydrophori p, ejus basis b^2, erit ejus volumen b^2p. Sit pes cubicus aquæ cilindricus a^3, ejus pondus q, erit $a^3 : b^2p :: q : \frac{b^2pq}{a^3}$ = ponderi aquæ in dicto arcu contentæ, quæ si ducatur in N, seu in numerum spirarum, erit $\frac{Nb^2pq}{a^3}$ æqualis ponderi aquæ in Cochlea comprehensæ. Sit longitudo arcus hydrophori poll. 20, diameter poll. 3, erit ejus volumen 180. Pes cubicus aquæ cilindricus est poll. 1728, pondus aquæ huic pedi respondens est librarum 55. Quare erit 1728 : 180 :: 55 : 6 libr. ferme. Quod si N = 37, erit integrum pondus aquæ libr. 222 circiter.

Si duæ Cochleæ æquales, & similiter positæ inæquali velocitate circumagantur, erunt quantitates aquæ eodem tempore redditæ, ut numeri circumvolutionum, seu ut

ut celeritates, seu ut potentiæ. Si vero Cochleæ unice differant amplitudine spirarum, erunt quantitates aquæ in ratione duplicata diametrorum earumdem spirarum, seu ut orificia spirarum: si, cætera sint paria, præter tempora, erunt quantitates aquæ ut tempora. Verum quidem est, eo majorem esse rationem inter arcum hydrophorum, & integram spiram, quo minor est angulus comprehensus a tangentibus spiræ, & ambitus basis cilindricæ, & minor angulus, quem axis cilindri cum finitore continet, seu eo majorem aquæ quantitatem effluere, quo minores sunt hujusmodi anguli; hæc ratio tamen, ut Bernoullius monet, algebraice exprimi non potest, seu exacte, ac geometrice. Accedere tamen ad eam licebit, quotiescumque in singulis casibus peculiaribus tentare rem velis.

Finge Cochleas inter se differre amplitudine, potentia, & tempore actionis, erit quantitas aquæ in ratione composi-

ta amplitudinum Cochleæ, celeritatis, & temporis; crescetque eadem quantitas magis, quo minores erunt anguli, quos supra retulimus. Quod si crescant etiam arcus hydrophori in certa data ratione, erit quantitas aquæ effluens etiam in ratione magnitudinis arcus hydrophori. Omitto alia his similia, ἀνεμοφόρητα,

CAPUT IX.

Nova experimenta usu Cochleæ Archimedis habita.

Hactenus de experimentis, & observationibus satis vulgaribus. Nunc operæ pretium est alia in medium afferre, ferme μυστικώτερα, quæ casus nec opinantibus obtulit, ex quibus magis, magisque constat, fortunam in plerisque rerum inventis dominari, sibique adsciscere maximam φαινομένων partem, quæ physicam, & mechanicam scientiam illustrant, atque perficiunt.

Quum viro rei mathematicæ, ac physicæ peritissimo Cochleam Archimedis commodassem, ut experimenta a me instituta repeteret, venit in mentem homini industrio, ac diligenti quasi ludendo tentare quid accideret, orificio Cochleæ superne obstructo, dum ejus cilindrus in orbem volvitur. Enimvero illud animo reputa-

bam, fore ut ferme nihil aquæ in ejus cavitatem assurgeret ob aëris in ea comprehensi obicem, qui aquæ ascensum vi sua elastica nitens prohiberet. Nihil sane minus. Aqua in Cochleam, arcubus aëreis rite interceptis, de more ascendit. Illud etiam perpetuo animadvertere licuit, dum cilindrus in gyrum actus singulos orbes conficeret, aëreas bullas ab orificio imoi ex aqua emergente erumpere, & continuo crepare; in ipso vero crepitu sibilum tenuem exaudiri. Id perpetuo contigit, donec spirarum omnium cavitas eam aquæ mensuram hauserat, quam haurire consueverat, orificio superiori recluso. Aër enim repente siluit, nec usquam ulla aëris bulla ex aquæ in concha receptæ superficie emersit. Quod argumento est, tantum aëris aquæ assurgenti cessisse, quantum exigebat arcus hydrophori supplentis sedes, ac modos.

Venio ad aliud experimentum longe præstantius, quod antequam refero, velim,

ut

ut ii, qui hæc legunt, singula accurate excipiant, atque attendant, ne, dum experimenti exitum admirantur, de rei veritate sollicitiores auctoris fidem suspectam habeant. Satis nostis, orificio superne aperto, Cochleam de more plenam sinistrorsum, seu in contrariam partem ductam tantum aquæ inferne reddere, quantum dextrorsum conversa hauserat. Nunc, si summum orificium obstruas, & Cochleam in gyrum sinistrorsum verses, putasne aquam similiter in concham subjectam defensuram? Ea fortasse erit communis hominum opinio, qui ex prima rerum specie, ac fronte, quam præseferunt, stantes pede in uno de quæstionibus difficillimis temere judicant. Orificio itaque superne obstructo, arcubus hydrophoris, & aëreis ad libellam compositis, idem vir præstantissimus sinistrorsum Cochleam versare instituit, non veluti *magnæ mentis opus*, vel rem seriam, ac Philosopho gravi dignam aggressus, perinde ac si meditatus anteverteret, & quor-

fum res esset evasura, divinaret; sed veluti is, qui ludentis, seu nugantis instar inusitata Cochleæ dispositione, & conversione fortunam consulit, successus prosperi, an irriti prorsus securus. Versando itaque perpetuo Cochleam, animadvertit, scilicet aquam in subjecta concha perpetuo subsidere, ac deprimi, & aëris bullas ex imo orificio, singulis confectis conversionibus, perpetuo erumpere; ex quo duo confectaria deduxit, scilicet aquam in Cochlea deinceps assurgere, aërem vero descendere. Certior de hujus rei veritate factus, illud etiam augurabatur, nempe, si, dum Cochleam versare similiter pergit, perpetuus aquæ ascensus, atque aëris descensus perstaret, id tandem consequi oportere, ut, aëre penitus exhausto, tota cavitas Cochleæ aqua redundaret. Perrexit igitur idem, ut ajunt, saxum volvere, hoc est cilindrum versare, donec aqua in concha subsidere, & aër ex imo orificio effluere desierit, rei exitu confirmante conjecturam, atque adeo

divi-

divinationem ; nam, ut apud Euripidem, *bene qui conjiciet, vatem hunc perhibebo optimum.* Ex hoc luculentissimo experimento illud etiam Auctor conjiciebat, necesse esse, ut fracto summi orificii sigillo aër atmosphæricus magno impetu in Cochleam irrumperet, & aquam puncto temporis præcipitem dejiceret. Si enim nihil aëris in Cochlea supererat, aqua in singulis spiris veluti pendula, ac suspensa sustinebatur a vi elastica aëris atmosphærici orificio imo incumbentis, sicuti Barometro accidit. Sublatis enim, seu evanescentibus aëreis arcubus aqua eos supplens necessario juxta naturæ leges descenderet, nisi atmosphæræ pondus inferne applicitum descensum prohiberet. Ad rei veritatem experiundo demonstrandam deventum est. Cera igitur, quæ summum orificium obstruxerat, circini acie pertusa, tota aquæ massa intra Cochleam conclusa præceps dicto citius in concham subjectam irruit ab aëre superius irrumpente violenter pressa; teste ejus sigil-

lo

lo satis stridulo, qualis audiri solet, dum in antliam pneumaticam antea exhaustam aër restitutus sedem suam repetens invadit. Hoc experimentum admirabile nobis visum est tum ob rei novitatem, tum ob eventum expectationi minime consentaneum, nec fortasse ratiocinatione, aut conjectura prospiciendum.

Hujus experimenti exitus ad aliud admodum simile tentandum me quodammodo excitavit, atque induxit. Orificio superiori aperto, Cochleam versabam, donec aqua in duas, aut tres spiras dumtaxat assurgeret, relictis tribus, quæ supererant, aëre plenis. Conjiciebam sane, obstructo orificio, & Cochlea sinistrorsum conversa, aquam superius ascensuram, etiam relicta aëris massa longe majore, quam antea. E Cochlea, cilindro vicibus longe pluribus in orbem acto, aër totus evasit, aqua in ejus locum suffecta, & totam cavitatem, ut in antecedenti experimento, replente. Quod ubi observatum est, existimabam, illud idem

eveni-

evenire oportere, etiamsi nihil aquæ in spiris inesset, antequam Cochleam sinistrorsum versare inciperes. Si enim, ita mecum ipse ratiocinabar, versando diu Cochleam, illud tandem obtines, ut aërem ex duabus, aut tribus spiris exhaurias, cur si diutius eamdem verses, ex senis, aut denis spiris, atque adeo ex integra Cochlea ad eumdem exhauriendum non devenies?

Eventus expectationem non fefellit. Obstructo orificio, nihil penitus aquæ in Cochlea inerat. Pluribus longe quam antea conversionibus sinistrorsum habitis, aër omnis ex spiris abiit, atque evanuit, aqua vero totam cavitatem implevit. Nemini sane hactenus, ne Archimedi quidem, machinæ hujus hydraulicæ auctori, atque inventori, in mentem, aut opinionem venit, aquam, quæ, aperto orificio, deorsum descendit, obstructo, non modo ascensuram, sed omnem aërem ex intimo spirarum sinu expulsuram, hydrargyro similem in fistula barometrica pendulo; quod admiratione sane non caret. An-

Antequam in motum, [illegible] caussam inquirerem, optimum factu duxi eadem experimenta coram viris auctoritate, ac doctrina gravissimis proponere, ut si quid in antecedentibus peccatum esset, deprehenderent, & corrigerent: si vero successum eumdem haberent, tamquam naturæ judicia, & veritatis canones reciperent. Experimentorum exitus idem perpetuo fuit. Illud unum monere non desinam, me usum fuisse Cochlea satis ampla, cujus spirarum diameter quinque, aut sex ferme lineis constabat: graciliores fortasse ineptas arbitror huic operi. Angustia enim diametri nec aditum satis liberum aquæ assurgenti, nec satis patentem exitum aëri simul egredienti permittit. Ut mihi magis, magisque constaret, nihil aëris in Cochlea superfuisse, æstimandam esse censui aquæ mensuram, cujus Cochlea integra capax esset. Cilindrum itaque Cochlea circumseptum juxta directionem finitori normalem in amplissimam, & altissimam aquæ concham eatenus

demitti

demitti mandavi, quatenus utraque aquæ superficies tum conchæ subjectæ, tum orificii summi Cochleæ ad eamdem libellam assurgeret. Quo habito, orificium imum digito impacto obstruxi, nequid aquæ diffflueret, dum ex vase Cochlea educitur, & illius mensura æstimatur. Facta igitur aquæ æstimatione, æqualem ferme ei invenimus, quam Cochlea sinistrorsum ducta ex vase subjecto hauserat; quod sane nos monuit, ac docuit, omnem aërem in superioribus experimentis ex cavo spirarum sinu evasisse.

Etsi Philosophus scire se multum putet, cognitis naturæ legibus, & ejus φαινομένοις in apricum prolatis; adhuc tamen ab intima scientia abest, nisi antea rationem, & viam exploraverit, qua plerumque natura utitur ad sui operis veluti compagem, coagmentationemque præstandam. Licebit quidem ex antecedenti experimentorum historia, ac narratione de mechanica rei totius confectione aliquid conjicere, & verosimilia afferre; litigiosa tamen,

men,

men, ac dubia, nec summo Philosopho digna. Putabam sane satis præsidii ad rem hanc extricandam mihi posse suppeditari a Cochlea chrystallina admodum ampla, affabre conflata, quæ dum intimos spirarum sinus, atque anfractus utpote translucida ob oculos ponit, ac pingit, singulas arcuum hydrophororum, & aëriorum salientium, ac descendentium vices, conflictus, contentiones, motus, & alia hujusmodi exhibet, ac repræsentat. Comparaveram quidem mihi longe antea Cochleam vitream, quæ tamen minus apta huic experimentorum generi videbatur: Duplici vitio peccabat. Neque enim erat satis ampla, nec spiræ magnitudine, ac forma omnino similes, & æquales. Quum feriis autumnalibus anni superioris Venetias proficisci deliberassem, ubi egregii artifices, Briato Duce, & Præside, mira dexteritate, & industria crystallum conflant, versant, figurant, candentemque massam in quoslibet flexus torquent, ac trahunt, occasionem

ar-

atripui, quod jamdiu in votis erat, conficiendæ Cochleæ, quæ totum naturæ mysterium mihi recluderet. Mecum attuleram cilindrum juxta spirarum semitam, directionem, magnitudinem insculptum, qui spiras crystallinas suis veluti sulcis reciperet, earumque modum præscriberet. Operi ipsi interfui: artifices ipse monui, nihil aliud sibi esse præstandum, nisi ut fistulam crystallinam æqualiter perpetuo cavam, & amplam juxta cilindro inustam semitam appli-carent: de cavitatis mensura, de crystalli crassitie, de apto spirarum flexu, nonnulla etiam subjeci: neque quicquam intentatum reliqui, ut res ex voto cederet. Periculo sæpius facto, rejectisque, atque confractis nonnullis Cochleis, quæ aliquo vitio laborabant, tandem Cochleam conflari, ac duci contigit amplam, concinnam, nitidam, spiris quinque similibus, & ad sensum æqualibus compositam, cilindro apprime aptam, qui nihil desiderari posse existimabam. Ut usui esset, cilindro axem utrinque extan-

tem indidi, cujus extrema capita prominentia annulis ferreis inserebantur, ut intra eos Cochlea volvi commode in orbem posset: annuli fulcris chalybeis finitori normalibus nitebantur, quæ subjecta tabula satis firma excipiebat. Cilindro mobili quadrantem circuli applicueram, ut inclinationis gradus ejus ope metiri liceret: orificio imo objeceram concham aquæ plenam, superiori alteram, quæ effluentem aquam reciperet. His aliisque præsidiis instructa machina evasit apta experimentis confirmandis, quæ antea in orichalcea Cochlea institueram.

Hinc nihil mihi longius fuit, quam rem aggredi, singula φαινόμενα accurate observare, & in commentaria, seu adversaria referre. Ea vero initio sic habuere. Orificio utrinque aperto, cilindro segniter in gyrum acto, ascendit aqua: singulis arcubus hydrophoris aërii, veluti supernatantes, intercedebant: tum hi, tum illi paralleli invicem videbantur, nec Cochleæ, sive cilin-

dri

dri motus, atque conversio ab hac directione eos distraxerat. Cochlea sinistrosum conversa, eodem ordine, quo ascenderant, coepere descendere iisdem arcus, nec quicquam contigit memoria dignum, atque animadversione. Orificio vero superius obstructo, Cochlea similiter ducta, haec observavi. Dum orificium imum sub aqua oblique descendit, haec in Cochleam assurgit, donec eamdem libellam attingat. Singulis habitis cilindri conversionibus, aërea bulla ex eodem orificio erumpit, dum hoc ex aqua emergit. Quo tardius Cochlea volvitur, eo melius orificium, & industria naturae distinguitur, quo pneumaticum, & hydraulicum negotium conficit. Certo ordine, certisque in locis bullae assurgunt, & in debitam sedem migrant. Contra vero, si Cochleam celeriter verses, magna cum aëris, tum aquae perturbatio gignitur, quae non sinit, observatorem ea, quae deinceps accidunt, contemplari. Arcus aërei perpetuo hydrophoris supernatant, tametsi illis im-

pli-

pliciti, & ad imam spiræ partem quodammodo detrusi perpetuo sese extricant, atque expediunt, & superiorem sedem q nitente naturæ vi, & indole, constanter repetunt; Hinc nihil frequentius spectare contingit, quam bullarum aëriarum ascensum in singulis spiris: bullæ hæ jungunt se se, atque commiscent aëreis arcubus, quos motus, & directio contraria cilindri disjunxerat aliquantum. Singulæ Cochleæ conversiones spectaculum hoc exhibent satis jucundum visu. Quo magis conversiones cilindri repetis, eo minores evadunt arcus aërei, majores hydrophori: illos contrahi, hos videas amplificari: decrementa hæc, atque incrementa legem quadantenus servant: contractio major pertinet ad arcus orificio summo proximos, minor ad dissitos: inipsa incipit arcus summus aëreus evanescere; deinceps singuli, qui consequuntur: imo arcu tandem evanescente, aqua unice Cochleam replet. Ad hoc obtinendum plures cilindri orbes requiruntur. Horum numerus haud

faci-

facile definiendus. Res enim ex aëris mensura, & æstimatione repetitur: hæc vero ab inclinatione axis, & Cochleæ cum finitore, & cilindri perimetro. Supra enim, docuimus, eo majorem fore aquæ quantitatem in singulis arcubus hydrophoris, quo minores sunt anguli comprehensi tum ab axe cilindri, & finitore, tum a perimetro ejusdem cilindri, & spiræ. Quare eo minor erit aquæ mensura, seu major aëris quantitas, quo magis hujusmodi anguli crescent.

Hæc, & alia similia φαινόμενα ex principiis physicis, & hydrostaticis satis notis petita ad rem extricandam, interpretandamque facile viam sternent. Duo tamen præcipue advertas velim, quæ hic maximi momenti sunt: alterum eorum est, Aërem utpote longe minus specie graveni quam aqua, tametsi ab hac irretitum, atque implicitum, non solum niti sursum, sed etiam sese ex ejus sinu feliciter expedire, & in altum ferri; alterum vero est, aquam, dum in spiris descendit, earum se-

ctio-

ctionem non satis implere; propterea eamdem simul aër, & aqua trajiciunt; ille in altum, hæc ad imum, tendens. Quo posito, ad interpretationem aggredior. Referat A B C D E F G positionem spirarum, antequam volvere in orbem cilindrum K *k* L *l* instituas: contra *a b c d e f g* repræsentet positionem earumdem spirarum, simul ac cilindrus dimidiam conversionem confecerit. Finge orificium G hermetice obstructum, arcus hydrophorus M B *m*, N D *n*, P F *p*, aërios vero A M, *m* C N, *n* E P, *p* G. Ajo primum, Cochlea sinistrorsum conversa, aquam exugr. arcus hydrophori P F *p* non posse versus A descendere: ajo secundo, aërem in arcubus aëriis comprehensum oportere paullisper per A evadere, supplente aqua ex eodem orificio A in Cochleam ascendente ejus vices juxta hydrostaticæ leges. Descendat, si fieri possit, aqua ex *p* in F: proinde rarescet aër in *p* G comprehensus, & majus volumen, scilicet F G acquiret. Quia vero vires aëris

Tab. II. Fig. XVII.

elas-

elasticæ sunt in ratione densitatis; propterea erit major vis aëris *n* E P, quam vis aëris *p* G: idcirco aër E P premens supra aquam P F *p* eam extollet, donec aërem *p* G ad minus volumen redigat, eique suam densitatem restituat, seu vim elasticam æqualem, unde æquilibrium pristinum redeat. Quare hypothesis descensus aquæ cum hydrostatices legibus non consentit. Accedo ad alteram rei propositæ partem.

Simul ac in oppositam partem cilindrum versas, puncta altissima, scilicet A, C, E, G descendere incipiunt, ima vero B, D, F assurgere. Quia vero aqua perpetuo infra aërem supernatantem subsidit, proinde superficies singulorum arcuum hydrophororum P *p*, N *n*, M *m* descendent versus G, E, C, A, sicuti superficies aëriorum assurgent versus F, D, B, & sic deinceps. Verum, quoniam aqua descendendo non satis implet sectionem spiræ, proinde eamdem simul trajiciunt aqua, & aër, nempe, dum illa juxta *p* G, P E,

n E &c. fertur in G, E, C &c., hic juxta G *p*, E P, E *n* &c. evadit in F, D, B, quo sane pertingeret, etiamsi aqua sectionem impleret. Quum enim major sit nisus aëris sursum, quam resistentia, & cohæsio aquæ, (quod videre licet in antlia pneumatica, dum aërem exantlas) idcirco statim ac descendit sedes arcus aërii, ex. gr. *p* G, *n* E P; aër in ea comprehensus puncto temporis aquam P F *p* tranat, ac trajicit, ut assurgat in F, & aquæ descensum, ac fugam maturat quodammodo, & accelerat. Id satis nos docet maxima bullarum copia, quæ & vehementi impetu, & quodammodo æstu sursum tendunt. Quid enim aliud est bulla, nisi aër tenuissima veluti membranula aquea undique circumseptus, quam secum abripit, & circum applicat, dum medius per aquam fertur? Dimidia cilindri conversione confecta, puncta F, D, B, seu bases arcuum hydrophororum migrant in *f*, *d*, *b*, sicuti vertices arcuum aëriorum G, E, C, A in *g*, *e*, *c*,

æ: spirarum vero portiones, quæ antea arcus hydrophoros exceperant, nunc aëreos comprehendunt, sedibus invicem permutatis. Illud etiam animadvertendum, singulos arcus tum aërios, tum hydrophoros, dum Cochlea convertitur, bifariam quodammodo dividi, seu in duas æquales partes distribui, singulasque in plagas veluti aversas tendere, & adjungi, seu commisceri dimidio alterius arcus e regione occurrentis, scilicet, dum F incipit assurgere versus *f*, arcus hydrophorus P F *p* distribuitur in partes F P, F *p*, quarum altera F *p* tendit versus G, altera vero F P versus E, ita ut traducto F in *f*, arcus hydrophorus P F *p* abeat veluti in duos invicem disjunctos, nempe E Q, *q g*; arcus vero aërii *n* E P pars E P migret in Q *f*, reliqua E *n* in *d* S, ita ut Q *f* additus *f q*, *d* S vero additus *d s* efficiant duos arcus aërios integros, Q *f q*, S *d s*. Disjunctionem hujusmodi, ac distributionem, præterquamquod ipsa experimenta præsefe-

runt, ratio ipsa, & lex naturæ confirmat, ac suadet. Quum enim partes F P, F p æqualiter simul assurgant, partes P E, p G æqualiter deprimantur, aqua vero nitatur deorsum tendere, necesse est, ut arcus hydrophori pars F P descendat versus E juxta F E; altera vero pars F p descendat versus G juxta F G: aliter si P F tenderet simul cum F p in G, deberet P F assurgere, antequam descendere inciperet; quod absurdo non caret, ut rem vel leviter attendenti constabit. Dum igitur arcus hydrophorus in duas partes disjungitur, intercedat aër oportet, ut magis magisque cum ejus ascensu descensus aquæ conspiret. Quod si hæc diligenter expendas, illud etiam facile intelliges, cur aër perpetuo ex Cochlea abeat, contra vero aqua in eamdem subeat. Aër enim n E, dimidia cilindri conversione confecta, migrat in d S, m C in b T, mox b O evadit per orificium a. Simul ac enim n assurgit, b vero deprimitur, aqua in a L descendit versus b,

aër

aër vero in O *b* aſcendit verſus *a*: proinde ſimul ac *a* emergit ex aqua, aër avolat, quod ex bullæ diſſilientis crepitu judicatur. Quum vero, ſingulis cilindri converſionibus, aër perpetuo evadat ex *a*, aqua vero deſcendat in L *b* (eſt enim ſpira *a* L infra libellam aquæ in concha ſubjecta receptæ), neceſſe eſt, ut tandem aër omnis abeat, Cochleam vero aqua impleat. Hinc quemadmodum aqua perpetuo deſcenſu aſcendit uſque ad ſummum orificium ſive apertum, ſive clauſum; ita aër perpetuo aſcenſu deſcendit uſque ad imum, per quod foras erumpit. Arcus aërii deinceps evaneſcunt, ut ſupra monui, initio ducto a ſummo uſque ad imum. Cur ſummus evaneſcat ante cæteros, ratio in promtu eſt. Summus ſolet eſſe omnium minimus. Eſt enim potius pars arcus, quam integer arcus, nempe *p* G. Præterea, dum dimidia cilindri converſione *p* G migrat in Q *f g*, confecta integra, pars Q *f* progreditur in E P, ſuperſtite G *p* longe mino-

ri quam antea. Hæc detrementa progressionem constituunt cito, ut ita dicam, convergentem, seu paucis terminis constantem, & brevi desinentem in o. Simul ac enim arcus aerius ad bullam minimam redactus est, impatiens quodammodo partitionis, bulla hæc progreditur versus orificium, hoc est versus plagam minus resistentem. Alia non persequor, & fortasse nimis multa.

Unum addo circa novos usus Cochleæ. Posthac enim licebit Cochleam in barometri, & libellæ usum convertere. Si enim ad altitudinem barometricam Cochleam evehas hermetice superius clausam hydrargyro plenam, cujus orificium imum descendat in vasculum infra hydrargyrum in ipso contentum, vices barometri Cochlea geret fortasse etiam perfectius. Nam versando sinistrorsum cilindrum, aer expediet sese facilius ex hydrargyro, quam in vulgari barometro, & superiorem partem magis vacuam relinquet. Licebit etiam Cochlea uti instar

ſtar libellæ. Jamdiu mos obtinuit conſtruendi libellas ope vitri cilindrici intus cavi, liquore pleni, ſuperſtite unice aëria bulla ſupernatante, & medium cilindri tenente, dum is eſt finitori parallelus. Itaque ſi Cochleam liquore repleas, & juxta finitorem cilindrum parallelum conſtituas, areas aërii evadent minimi bullarum inſtar in unam, eamdemque rectam porrecti, quorum directio arguet, tum Cochleam, tum ejus baſim, ſeu fulcrum eſſe ad libellam.

CAPUT X.

Cochleæ perficiendæ methodus, ac ratio disquiritur.

SUbit quærere, quid huic machinæ desit, ut eam vel corrigere, vel perficere possis. Ejus perfectio tria potissimum spectat, nempe constructionem Cochleæ, qua vel altius, vel major aquæ quantitas, vel minimo virium, seu temporis impendio assurgat: quæ si simul componere artifici liceat, utemur machina longe perfectiore. Neminem latet, vel aucta longitudine cilindri, vel aucto angulo inclinationis obtineri posse altiorem aquæ ascensum. Verum utrumque cum magno incommodo, & vitio machinæ conjunctum est. Aucta enim cilindri longitudo soliditatem majorem exigit, ne curvitatem, & flexum inducat, quod vitiosissimum est. Augere angulum inclinationis quadantenus licet, hoc est intra certos

tos limites, ultra quos ascensui descensus succedit, & elevatio cilindri major illud etiam incommodi affert, ut arcuum hydrophororum decrescente magnitudine, minor aquæ moles assurgat. Licebit quidem id pensare, auctis spirarum ordinibus invicem parallelis. Verum hac de caussa cilindri conversio difficilior evadet, propter incrementum ponderis movendi. Nonnulla sunt, quæ in ipso institutionis novæ exordio summam perfectionem, cujus eorum natura capax est, attigerunt, in quibus recensentur inventa minus composita, quæ ab indita, & nativa simplicitate laudem ferme omnem, & pretium nacta sunt. Quærere illud institui, utrum si cilindro sufficias solidum alterius figuræ, vel si spiræ aliam curvam alterius indolis suppleas, perfecturus ne sis hanc Cochleam, & ad potiorem usum revocaturus? Qua de re nihil adhuc ausim affirmare. Video sane, a figura cilindrica, ab æqualitate, & similitudine spirarum illud nobis commodi præstari, ut

in singulis cilindri conversionibus aequalis aquae modus ascendat, & tantum aquae superne effluat, quantum inferne influit. Vitiosa certe ea machina esset, in qua *aliquid horum* desideraretur. Nam si plus aquae influeret, quam efflueret, pars aquae in Cochlea supervacanea maneret, quae pondus machinae augeret, & motus difficultatem. Saepe animadverti, emolumenta, quae a *figurae geometricae* mutatione proficiscuntur, ea esse plerumque exigua, atque adeo minima, ut tanti non sit alteram alteri praeferre: praesertim quum commodum, quod a figura ducitur, ab exacta geometrica constructione repetendum est, quod efficere, & exacte absolvere maxima difficultate interdum non caret. Meditanti mihi, & rem sedulo cogitanti illud in mentem venit, posse sane Cochleae hujus vim, & usum perfici, ope vis centrifugae, quod antequam explico, & evolvo, aliquanto altius ordiendum est. In Cochlea Archimedea vis centrifuga nullum, quod sciam, hactenus locum habuit. Licet enim omnia corpora

in

in gyrum acta vim centrifugam concipiant, ex revolutione tamen hujus Cochleæ nihil hujusmodi gignitur, quod sensus afficiat, & aquæ ascensum juvet. Ad vim centrifugam, quæ sub sensus cadat, exerendam, requiritur primum non exigua distantia e centro motus, secundo ut ista distantia perpetuo crescat, tertio ut certa quædam velocitatis mensura Cochlea convertatur. Hæc vero tria fere desiderantur in Cochlea vulgari. Nam distantia a centro motus eadem perpetuo est: singulæ enim spiræ perpetuo superficiei cilindri applicitæ perpetuo æqualiter distant a centro motus. Sine vero perpetua inæqualitate distantiæ vis centrifuga nequit actionem suam exerere. Effectus hujus actionis esse debet distrahere corpora a centro motus. Hic vero retunditur a parietibus, & directione Cochleæ, quæ prohibet, ne corpora Cochleæ applicita distrahantur. Præterea ad vim centrifugam excitandam certa quædam velocitatis mensura requiritur.

Vincenda est inertia corporis, aliquando etiam vis gravitatis, quæ ipsi opponitur. Cochlea vero Archimedis non solet adeo velociter circumagi, ut ex velocitate rotationis actio, vis centrifugæ apta vincendæ huic duplici resistentiæ redundet. Demum distantia a centro motus in Cochleis vulgaribus exigua esse solet: huic vero distantiæ est vis centrifuga, cæteris paribus, proportionalis. Si velis in hanc Cochleam vim centrifugam inducere, necesse erit augere velocitatem potentiæ; & præcipue Cochleam ita construere, & solido applicare, ut distantia spirarum a centro motus perpetuo crescat. Ad hoc obtinendum nihil aptius fingi posse censeo, quam figuræ cilindricæ conicam, vel parabolicam sufficere, cui applicitæ spiræ perpetuo magis, magisque divergent a centro motus, quo magis superficies conica, vel parabolica distabit a vertice. Quia vero vires centrifugæ, cæteris paribus, se habent ut distantiæ a centro motus, seu ut radii circulorum, quos cor-

po-

pora in gyrum acta describunt, & hisce viribus proportionales sunt velocitates corporum; propterea eo major erit velocitas aquæ in *spira* contentæ, quo major erit circulus a sectione spiræ descriptus. Quoniam autem per singulas sectiones eadem aquæ quantitas perpetuo trajicit, idcirco eo graciliores esse oportebit sectiones spiræ, quo velocius aqua fertur. Quemadmodum sectiones fluminum, per quas eadem aquæ quantitas perpetuo fluit, sunt in ratione reciproca velocitatum ejusdem aquæ, scilicet graciliores, ubi velocitas aquæ major est; ita hic spiræ erunt tenuiores, ubi majori vi centrifugâ aqua fertur; ampliores vero, aquæ velocitate decrescente, seu brevius, sectiones singulæ spirarum erunt in ratione reciproca distantiarum a centro motus. Hinc, mutata figura solidi, congruet etiam mutare figuram Cochleæ circumvolvendæ cilindricam in conicam. Insuper in hac nova Cochleæ institutione spiræ singulæ evadent inter se inæquales, scilicet longiores, quo magis

distabunt a centro motus: immo neque ipsæ semispiræ æquales inter se erunt. Nam prima semispira erit minor altera; licet singulæ futuræ sint similiter positæ, & inclinatæ. Etiam hic aqua ascendet perpetuo descensu: vis centrifugæ actio cum actione gravitatis aliquo modo conspirabit. Nam per eamdem spiræ directionem cogitur tendere actio vis centrifugæ distrahendo corpora a centro motus, sicuti ipsa gravitas; quod non accidit in fistula recta finitori inclinata in gyrum acta. Nam in hujusmodi fistula directio gravitatis deorsum tendit, directio vero vis centrifugæ sursum. Quare veluti quædam compressio gignitur ex actione gravitatis, & vis centrifugæ in diversa tendentium.

Ut rem a theoria ad praxim deducerem, torno elaborandum curavi conum truncum ligneum, in quo basis superioris diameter longe major esset inferiori, hoc est, ut 4: 1. Coni superficiei excavandos canaliculos spirarum instar certo, & constanti

ſtanti angulo baſi inclinatos, æqualiter inter ſe diſſitos, aptos ad excipiendam Cochleam vitream quinque ſpiris conſtantem in fornace conflandam mandavi. Conum ita constructum, ac diſpoſitum ad vitrarios artifices detuli, qui vitream candentem maſſam in cilindrum intus cavum, porrectam, & inſtar fiſtulæ rectæ diſtentam ita ſtriis, & canaliculis adhuc flexilem, & mollem applicuere, ut penitus cum iiſdem, re ſæpius tentata, congrueret. Dedi operam, ne ſpirarum cavitas eadem perpetuo eſſet; ſed eo gracilior, & tenuior evaderet, quo creſceret coni amplitudo, ea ſcilicet de cauſſa, quam ſupra attuli. Cochleas hujuſmodi vitreas non unas, ſed plures mihi comparavi cavitate, & menſura diſpares, ut ſi qua vel in ipſo experimento diſſiliret, vel aliquo vitio peccaret, altera alteram ſuppleret. Coni axem chalybeum utrinque prominentem inſerui, inferne deſinentem in aciem, ſuperne in manubrium, cujus ope Cochlea circumvolveretur. Ut hoc commode

mode fieret, machinam paraveram, cui Cochlea applicita in duplici statu, ac situ posset collocari, & in eo posita in gyrum agi. Alter status erat finitori normalis, hoc est coni basis erat parallela finitori, & ejus axis perpendicularis eidem; alter vero status erat obliquus, & inclinationis, seu obliquitatis mensura angulum semirectum ferme aequabat. Id eo consilio suscepi, ut in priori Cochleae statu ascensum aquae ex sola vi centrifuga genitum observarem; in altero vero ex eadem vi, & ex plani elevatione profectum animadverterem. His ita dispositis, ad rei veritatem experimentis exprimendam accessi. Experimentum primum institui, coni axe juxta directionem finitori normalem collocato. Orificium Cochleae imum sub aqua omnino ita descendebat, ut in integra circumvolutione perpetuo in eadem nataret. Cono leniter circumacto, visa est aliquantum ascendere, seu potius in oscillationes reciprocas deorsum, ac sursum abire: aucta velocitate, crevit ascensus haud

ita

ita superiore major. Verum longe majore vi cono in gyrum acto velocissime, omnino ascendit, & ex orificio superiore aqua erupit. Ecce quomodo in actis Academiæ Berolinensis Eulerus hujus rei veritatem exponit. *Or* (*a*) *l'elevation de l'eau depend premierement de la longueur du tuyau incliné: en second lieu de son inclinaison à l'horizon: troisiemement de son elongation de l'axe; & enfin de la vitesse de rotation, dont le tuyau tourne autour de son axe. Car on comprend aisement, qu'il y a un certain dégré de vitesse, que le mouvement de la machine doit surpasser, avant que l'eau monte par le tuyau; de sorte que si la machine tournoit plus lentement, l'eau ne seroit élevée, qu'à une certaine hauteur dans le tuyau, sans monter plus haut*. Caussam, cur tantam velocitatem ascensus aquæ exigeret, repetendam duxi etiam ex angustia basis infimæ coni, quæ vim minimam centrifugam propter minimam distantiam a centro motus gigne-

(a) *Act. Acad. Berol. Vol. VIII.*

gigneret. Quare distantiæ a centro motus supplendum erat vi potentiæ manubrio applicitæ. Nemo non videt, hujusmodi ascensum tribuendum esse hic uni vi centrifugæ. Neque enim ex revolutione Cochleæ hic planum ascendit, sicuti in directione coni finitori obliqua. Alterum experimentum aggressus aquæ hydrargyrum suffeci, reliquis, ut antea, retentis. Longe minori velocitate cono converso ascendit hydrargyrum, & magno impetu actum superne erupit: ex quo magis magisque constat, vim centrifugam, cæteris paribus, crescere in ratione massæ. A prima verticali positione ad alteram obliquam Cochleam migrare jussi. Orificium imum non semper sub aqua jacebat, sicuti pars ima basis conicæ extabat. Cochlea leniter circumacta, aqua satis prompte ascendit intercepta aëre: arcusque hydrophori singuli accurate distinguebantur. Cœpi velocius Cochleam circumagere, ut effectus vis centrifugæ magis magisque in oculos incurreret. Aqua magna

gna vi erumpebat, antequam numerus revolutionum conficeretur, qui in Cochlea vulgari antecedunt aquæ egressum; quod argumento est, aquam vi centrifuga actam altius ascendisse, quam vis Cochleæ vulgaris exigat. Suffecto aquæ hydrargyro, retenta eadem velocitate, longe promptius ascendit hydrargyrum. Quod si rem ita disponas, ut orificium imum Cochleæ perpetuo sub aqua demersum lateat, & velocissime Cochleam circumagas, aqua sine aëre ascendet, spirasque omnes opplebit, perpetuo fluxu, vi centrifuga nitente contra gravitatem aquæ, ne in arcus hydrophoros abeat, & aëri locum concedat. Sicuti enim, Cochlea perpendiculariter erecta, & velocissime in gyrum acta, aqua ascendit sola vi centrifuga acta, nec ulli arcus aërei intermixti apparent; multo magis hic eadem accident, ubi vis centrifugæ actio decomposita cum actione gravitatis aliquando conspirat. Simul ac vero Cochlea in gyrum agi desinit, ea pars aquæ,

quæ a vi centrifuga ſuſtentabatur, deſcendit, & aëri aditum permittit; quod eſt admodum rationi conſentaneum. Deſcendit vero ad eum locum, in quo quieſcit, in Cochlea vulgari. Quod ſi æſtimare velis rationem aquæ, quam Cochlea effundit vi centrifuga acta, ad aquam, quam emitteret, ſine vi centrifuga, ſic habeto. Si in utraque hypotheſi arcubus hydrophoris locus eſt, ajo eſſe quantitatem aquæ in prima hypotheſi ad quantitatem aquæ in ſecunda ut numerus revolutionum Cochleæ in primo ad numerum revolutionum in ſecundo eodem tempore: ſi vero vis centrifuga aërem excludat, nec arcus hydrophoros permittat, ajo eſſe quantitatem aquæ in prima hypotheſi ad quantitatem aquæ in ſecunda in ratione compoſita ſpiræ integræ, & arcus hydrophori, & numeri revolutionum in prima ad numerum revolutionum in altera eodem tempore. Dic quantitates aquæ Q, q, numerum revolutionum N, n, ſpiram A, arcum aëreum

B.

B; erit arcus hydrophorus A — B. Quare; Q: q :: NA: NA — NB. Quod si tum spiræ singulæ, tum arcus hydrophori inæquales sint, utpote appliciti non cilindro, sed cono, erunt repræsentandi non per constantes, sed per quantitates variabiles X, Y: quare Q: q: NX: nX — nY. Fluxus aquæ in prima hypothesi erit perpetuus, in altera interruptus, ut rem leviter animadvertenti constabit. Ex his corollaria nonnulla ducuntur. Ubi axis coni normalis est finitori, ascensus aquæ a vi centrifuga unice repetendus est; ubi vero idem axis eidem finitori obliquus est, præter vim centrifugam accedit etiam ascensus plani ex revolutione coni. In prima hypothesi vi centrifugæ resistit actio gravitatis; in secunda gravitas partim conspirat, partim contraria est. Quomodo vires istæ inter se agant, seseque mutuo afficiant, analysis clarius rem exprimet, atque explicabit. Ad conciliandam vero rei, cæteroquin obscuræ perspicuitatem, operæ pretium erit a casibus sim-

simplicibus exordiri, & ab iis ad magis compositos progredi.

Loco Cochleæ concipe primum fistulam cilindricam finitori obliquam AB volubilem circa axem CD: sit AC = a distantia orificii imi A ab axe, orificii vero summi distantia ab eodem axe sit BD = b. Hauriat hæc fistula aquam per orificium ex vase inferne applicito, quam superne reddat per B a vi centrifuga sursum evectam. Sit velocitas, qua circumagitur fistula in certa ab axe distantia ex. gr. m, æqualis ei, quam acquireret corpus descensu ex altitudine n; Quare ea erit ut $\frac{\sqrt{n}}{m}$.

Tab. II. Fig. XVIII.

Distinguenda est hæc velocitas ab ea, qua aqua sursum ascendit: ambæ enim inter se longe differunt. Velocitas enim, qua ascendit, longe minor est ea, qua fistula circumvolvitur: exprimatur velocitas aquæ ascendentis per $\sqrt{u}$. Quoniam ex rotatione fistulæ gignitur vis centrifuga, quæ eo major est, quo magis crescit distantia ab

axe

axe motus; idcirco major erit vis centrifuga elementi aquei $MmNn$ elati usque ad mn; quam æqualis elementi prope orificium A. Ex punctis N, n demittantur perpendiculares NP, np infinite proximæ supra axem CD, ficuti aliæ perpendiculares NS, ns ex iisdem punctis fupra CA productam usque ad F concurrentem cum BF demissa ex B. Dic $AS = x$, erit $CS = a + x = PN$, $AN = s$, $Nn = ds$, $AB = r$, $AF = c$. Quoniam vires centrifugæ hoc in loco se habent, uti velocitates; vel ut distantiæ ab axe motus, erit vis centrifuga elementi aquei Mm Nn ut $\frac{\overline{a+x}\sqrt{n}}{m}$. Sume in PN partem QN proportionalem huic vi centrifugæ, quæ quum oblique agat in fistulam, erit decomponenda in duas, scilicet QR, RN, quarum altera erit perpendicularis, altera parallela fistulæ directioni. Vis RN impellet sursum aquam juxta fistulæ directionem, altera utpote perpendicularis lateribus

bus fistulæ premet aquam contra parietes ejusdem fistulæ. Propter triangula similia QRN, ABF, erit AB : AF :: QN : RN, seu $r : c :: \frac{\overline{a+u}\sqrt{n}}{m} : \frac{\overline{ca+cu}\sqrt{n}}{mr} = RN$, $QR = \frac{\overline{a+u}.\sqrt{n}.\sqrt{r^2-c^2}}{mr}$. Vi sursum impellenti resistit aqua superius incumbens ratione massæ aquea, & sinus anguli inclinationis BAF, elementumque $MmNn$ veluti comprimitur utrinque tum a vi sursum premente, tum a vi deorsum urgente, & in æquilibrio veluti a viribus æqualibus, & contrariis constituitur. Vis superius incumbens repetenda est ab actione gravitatis, quæ propter directionem fistulæ finitori obliquam, se habet, ut sinus anguli inclinationis BAF. Quare, si angulum BAF exprimas specie θ, erit ea ut ejus sinus, seu ut sin θ. Altera vis motrix se habet ut altitudo aquæ superius prementis, seu ut p ducta in basim MN, quam si di-

cas

cas f^2, erit dicta vis ut $f^2 p$. Vis vero motrix sursum erit ut $f^2 p + f^2 dp$, quæ divisa per massam exhibebit vim acceleratricem. Quare, si $f^2 p$, $f^2 p + f^2 dp$ dividantur per elementum $MmNn$, seu per $f^2 ds$; quotiens erit $\frac{p}{ds}$, $\frac{p + dp}{ds}$, quarum virium differentia erit $\frac{dp}{ds}$, quæ affecta signo contrario, & addita $\sin\theta$, æquationem dabit $\pm \sin\theta - \frac{dp}{ds} = \frac{\overline{ca + cx}\sqrt{n}}{mr}$.

Verum loco $\frac{\overline{ca + cx}\sqrt{n}}{mr}$ præstabit sufficere valorem duplicis vis acceleratricis ab Eulero alia methodo propositæ. Finge, fistulam in gyrum actam descripsisse arcum Aa. Produc Ca in directum, donec ei occurrant demissæ perpendiculares NS, ns ex punctis N, n infinite proximis. Juxta Eulerum, altera vix acceleratrix se habet ut CS ducta in cosinum anguli SaN, al- *Tav. II. Fig. XIX.*

teri vero ut SN ducta in ejusdem anguli sinum; summa harum virium, retentis speciebus iisdem, exprimitur $\frac{du}{ds} - \frac{2qn\cos\theta}{m+1} - \frac{2ns\cos\theta^2}{m^2} = -\sin\theta - \frac{dp}{ds}$.

Si tempus, quo fistula describit arcum $A\sigma$, dicatur t, cujus elementum sit dt, erit $ds = dt\sqrt{u}$. Quare $\frac{du}{dt\sqrt{u}} - \frac{2na\cos\theta}{m^2} - \frac{2ns\cos\theta^2}{m^2} = -\sin\theta - \frac{dp}{dt\sqrt{u}}$. Ex integratione hujus æquationis, & aliquibus hypothesibus deduces, nullam fore compressionem aquæ in orificio summo B, maximam in imo A; evanescente n, seu ubi $n = 0$, aquam non ascensuram in fistulam, nisi orificium summum sit infra libellam aquæ in concha, seu vase inferiori receptæ; ad extollendam aquam, & vim centrifugam adhibendam necesse esse, ut velocitas rotationis certos limites excedat, infra quos

nullus

nullus erit ascensus aquæ. Vis illa, quæ agit in aquam juxta QR, premit aquam contra parietes fistulæ, & propterea retinet aquam applicitam fistulæ, seu elevatam intra fistulam. Quod si fistulæ amplitudo, seu diameter non sit constans, sed variabilis, facile invenies velocitatem aquæ in singulis fistulæ sectionibus: sit diameter orificii imi f, erit ejus amplitudo, ut f^2: sit diameter alia fistulæ variabilis z. Quoniam velocitates ejusdem aquæ trajectæ per diversas sectiones ejusdem canalis se habent in ratione reciproca amplitudinum, seu sectionum, erit amplitudo fistulæ in mn ad amplitudinem ejusdem in orificio, ut velocitas aquæ in orificio ad velocitatem aquæ in MN, seu $z^2 : f^2 :: \sqrt{a} : \frac{f^2\sqrt{a}}{z^2}$ = velocitati aquæ in MN. Hinc erit $ds = \frac{dx f^2\sqrt{a}}{z^2}$.

Diutius non his immoror; quia non sunt omnino hujus loci.

Si fistulam hactenus rectam veluti fle-

 xilem

xilem fingas, ac proinde hujusmodi, ut cono circumvolvi, ac circumflecti instar spiræ se sinat, explicandus hic modus erit, quo aqua ascendet in spiras, cono oblique posito, & velociter circumacto. Hypotheses duas statuo, alteram, in qua orificium imum modo sub aquam descendit, modo emergit singulis circumvolutionibus. Juxta hanc hypothesim aderunt arcus hydrophori, quorum aqua vi centrifuga acta modo descendet juxta planum deorsum inclinatum, modo ascendet juxta planum sursum erectum. Quare hic vis centrifuga modo conspirabit cum gravitate, modo erit eidem contraria. Nam modo aqua occurret plano descendenti, modo ascendenti, seu modo accelerabitur, modo retardabitur: acceleratio fortasse, & retardatio in fine dati temporis vel erunt æquales, ac proinde nullius effectus, vel si inæquales sint propter spirarum inæqualitatem, incrementa, vel decrementa velocitatum erunt minima præ velocitate a vi centrifuga genita. A-

scensus

scensus aquæ hic repetendus erit ab ascensu communi cono & spiræ applicitæ, & ab ascensu aquæ a vi centrifuga genito.

Si vero orificium imum perpetuo sub aqua lateat, nulli erunt arcus aërei, & longe major vis requiretur ad aquam evehendam. Præter enim vim, quæ conum circumvolvat, necessaria est alia vis, quæ aquam sustineat supplentem vices aëris, & descendere perpetuo nitentem. Supra enim docuimus, aquam, quæ arcubus hydrophoris quodammodo incumbit, & vices aëris supplet, esse supra libellam hujusmodi arcuum, ac propterea niti deorsum, nec posse in æquilibrio perstare, nisi accedat aliqua vis, quæ eam quodammodo sursum impellat, ac sustineat. Sit in Cochlea AMCVQP aqua composita ad libellam MV, RP, eique insistat aër VQP supra libellam ejusdem aquæ. Finge mox loco aëris suffectam aquam: hæc nitetur deorsum descendere veluti per duo plana similiter inclinata QV, QP: intelligatur

Tav. II. Fig. XX.

utriuf-

utriusque aquæ massa veluti in centro gravitatis collecta, dicatorque sinus anguli inclinationis utriusque plani $s\theta$, & massa $2M$, erit ejus momentum ad descensum $2M \cdot \sin\theta$: huic æqualem oportebit esse vim requisitam ad impediendum descensum. Quare ad ascensum aquæ obtinendum ea celeritate corpus circumagendus erit, qua signatur vis centrifuga non solum apta ad inhibendum aquæ descensum, sed etiam ad extollendam aquam. Longe minor erit hic compressio aquæ, quam in fistula recta. Nam in fistula recta tota aquæ massa a vi contraria sustentanda est in ratione sinus anguli inclinationis fistulæ cum finitore. Hic vero unice ea aqua ad descensum nititur, quæ supplet vices aëris supra arcus hydrophoros: reliqua enim est ad libellam secum ipsa composita, ut supra animadvertimus. Quod magis, magisque ex eo constat, quod tono quiescente, unice ea aqua descendit, quæ vices aëris supplet, reliqua intra spiras hæret in arcus hydrophoros, at

in

in æquilibrio positos æqualiter distributa.

Ab applicatione analyseos hic omnino supersedeo: Evaderet enim calculus nimis compositus, & implexus, & fortasse nullius usus, & utilitatis. Præsentim quum certissimo, non esse operæ pretium cilindro sufficere conum ad ascensum aquæ promovendum. Ratio multiplex est. Coni amplitudo nimis magna evaderet, ac proinde ad modum incommoda tum propter ponderis incrementum, tum propter centrum gravitatis vi motrici nimis proximum, tum propter difficultatem vi motricis parandæ, quæ machinæ velocitatem induceret, aptam vi centrifugæ excitandæ, ipsique gravitatis nisui vincendæ. Reticeo alia incommoda, quæ animum leviter animadvertenti occurrunt. Quare est institutio retinenda Veterum Cochleæ formam, scilicet spiram cilindro circumvolutam, quæ simplicitate sua, & longo usu sese satis commendat.

Superest aliquid dicere de potentia Cochleæ seu cilindro applicanda. Alii

utuntur

utuntur manubrio extremo axi superius in-serto, cujus longitudo vices vectis agit. Vis motrix ope hujus magnum momentum ac-quirit; ut satis constat. Hoc manubrio plerumque utimur, præsertim quum manu Cochlea circumvolvitur. Verum ubi vis motrix petitur vel ab impetu aquæ fluen-tis, vel ab animantibus, licebit rectius uti rota dentata, vel una, vel multiplici invi-cem inserta. Quotiescunque unica Cochlea non est satis aquæ in propositam sedem evehendæ, duæ, vel plures erunt construen-dæ, & altera alteri ita nectenda, ut eadem vis motrix universas cricumvolvere valeat. Id feliciter præstitit summus artifex Bar-tholomæus Ferracinus, ut constat ex sub-jecta inscriptione. Aqua erat evehenda ad 35 pedes. Nemo non videt, Cochleam unam imparem futuram huic tanto operi præstando. Quare aut multiplex Cochlea adhibenda, aut hujus rei cura abiicienda. A constructione multiplicis Cochleæ non-nulli abhorrebant, utpote ab opere diffi-

cili,

cili, exitus ancipitis, & usus fortasse incerti. Propterea multi Antonio Belegno D. Marci Procuratori, qui rem imperaverat, auctores erant, ut ab hoc consilio desisteret, & pecuniam in alium usum converteret. Plus tamen apud eum valuit Ferracini opinio, & auctoritas, quam multis experimentis sibi conciliaverat. Periculosæ, ut ajebant, plenum opus aleæ aggressus feliciter perfecit, & quicquid receperat, opere præstitit. Rei veritatem satis nos docet subjecta inscriptio.

PAULLUS. ANTONIUS. BELEGNO. D. M. PROC. CAR. F.
MACHINAM. HYDRAULICAM. AQUAS.
COCHLEARUM. OPE. AD. XXXV. PEDES. ELEVANTEM.
MEDOACI. IMPETU. ABREPTAM.
XIV. KAL. SEPT. AN. CIϽIϽCCXLVIII.
A. CONSTRUCTIONE. XVIII.
EX. LIGNEA. LAPIDEAM. ORNATIOREMQUE.
PER. BARTHOLOMÆUM. FERRACINI.
PRIMO. EXTRUCTAM. DEINDE. REFECTAM.
PRÆDIORUM. SUORUM. COMMODO.
RESTITUENDAM. CURAVIT.
ANNO. CIϽIϽCCXLIX.

Fer-

Ferracinus axi rotæ maximæ ab impetu Medoaci in gyrum actæ rotam minorem radiatam inseruit, cujus dentes essent in ejus plano distributi. Hos excipiunt dentes alterius rotæ finitori normales, cujus axis superius prominens, ac productus definit in aliam rotam finitori parallelam coronariam, cujus dentes, alterius similis rotæ dentibus oblique impliciti, motum a prima ad alias subinde propagant, atque communicant. Ut rem brevi expediam, ope rotarum septem totum negotium conficitur. Verum artificis laus, ac virtus potissima non unice petitur a rotarum numero, sed ab earum figura, distributione, inclinatione, collocatione, & quodammodo cognatione, quæ maximam experientiam, industriam, scientiam, & ingenium requirunt. Tametsi enim vis motrix maxima sit; nihil tamen minus, si affrictus maxime crescat, si rotæ non apte, & convenienter nectantur, si leges mechanicæ non satis sapienter applicentur, vel machina non movebitur, vel

ejus

ejus motus non erit æquabilis, & perpetuus.

Machinam ad Cochleæ Archimedis effigiem, & imitationem excogitavit vir ingeniosissimus, ac doctissimus Comes Joannes Baptista Soardus, quem honoris caussa nomino, de re mathematica apprime meritus, ad transferenda corpora ab uno ad alium locum æque tamen a finitore dissitum (*a*). Constat hæc machina cilindro A B C D juxta directionem finitori parallelam posito, ac volubili circa axem M, N innixum duobus fulcris E F, *n f* finitori insistentibus. Superficiei cilindricæ circumvolvitur funis G H, K L, P Q &c. instar Cochleæ perpetuo applicitus, præterquam in L, ubi aliquantum laxus, & pendulus excipit trochleam L, a cujus unco X pendet pondus transferendum. Cilindro ope manubrii Y *y* circumacto, dum pars funis G H, K L &c. circumvolvitur magis, magisque, altera pars P L evolvitur; seu dum altera pars L K contrahitur, alte-

Tab. II. Fig. XXI.

 ra

(*a*) Nuovi istrumenti ec.

ra P L producitur. Quia vero trochlea versus plagam funis penduli producti repere quodammodo debet, secum ipsa pondus transfert ex uno in alium locum. Hac machina uti licebit ad trajiciendum flumen, ut ait auctor, haud ita amplum, ad transferenda pondera per loca prærupta, & his similia. Hanc machinam, ut id, quod sentio, ingenue profitear, existimo magis ingeniosam, quam utilem; quod facile intelligent qui rem vel leviter animadvertent. Stephanus Droghius, rei mechanicæ peritissimus, inventionem alterius machinæ, quæ magnam cum Cochlea habet affinitatem, usum vero ad aquas evehendas eumdem, mihi communicavit. Hic cilindrum supplet tabula rectangula A B C D. Cochleam vero canales vel vitrei, vel metallici ab uno tabulæ latere ad aliud oppositum oblique ducti efficientes angulos perpetuo æquales, minores tamen angulo, quem comprehendit tabula cum finitore: canales istos exprimunt D E, E F, F G, G H, quorum anguli

Tab. II. Fig. XXII.

DEF,

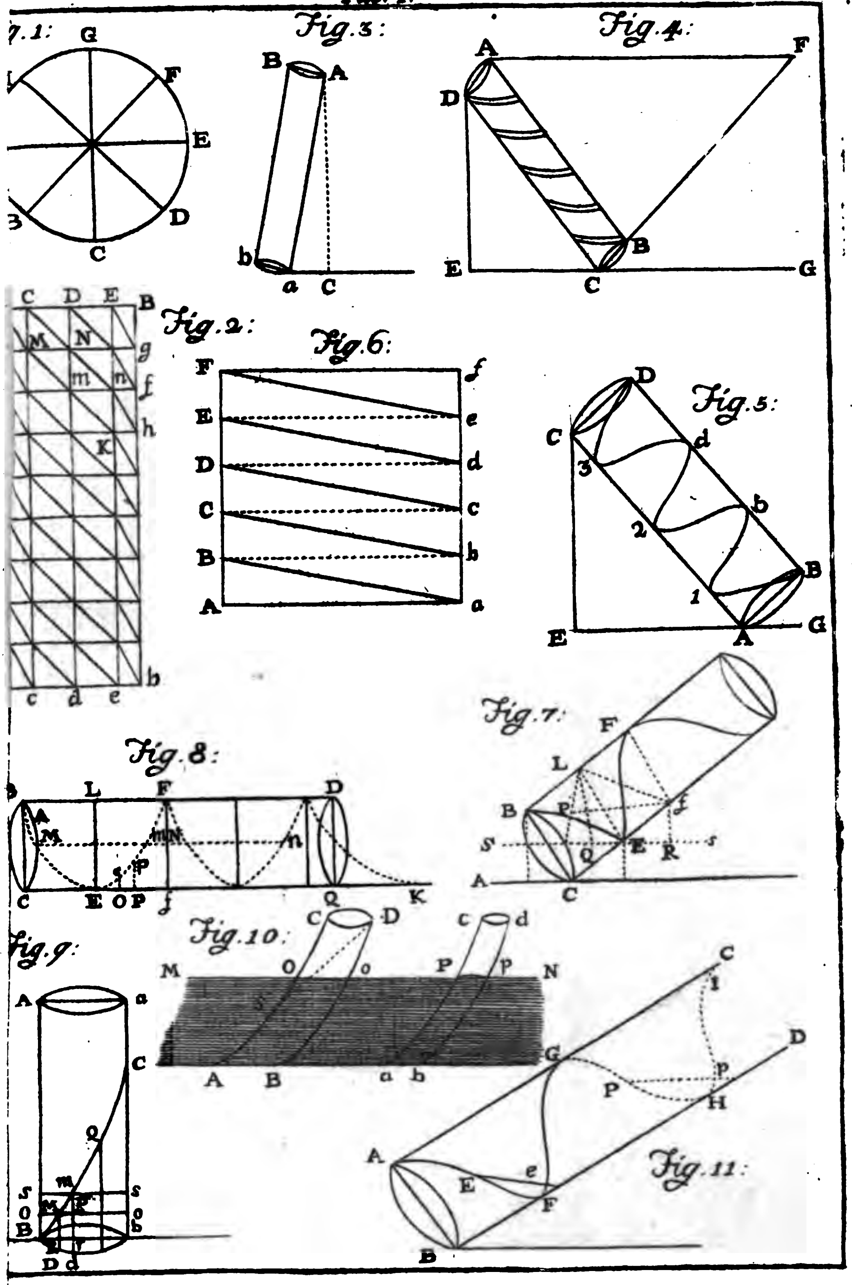
DEF, EFG, FGH æquales inter se sint: propterea directiones alternorum laterum, nempe ED, GF, EF, GH erunt invicem parallelæ. In parte postica ejusdem tabulæ ducantur canales totidem æquales, similiter positi, sed ordine inverso, ut sicuti ii, qui in antica parte assurgunt a D ad E, in postica a puncto B ferantur sursum versus latus CD, & sic deinceps. Per tabulæ crassitiem bifariam divisæ in M inseratur axis N *n* utrinque productus, cujus extremæ partes inferne, & superne extantes inseri debent cavitatibus cilindricis, vel annulis, in quos desinunt fulcra inæqualia perpendiculariter a plano subjecto infixa. Sciens, ac prudens addidi *inæqualia*. Inclinanda enim est tabula angulo ad finitorem, qui major sit angulo, quem canalium flexus invicem comprehendunt: propterea fulcrum imum oportebit esse brevius superiore, cujus longitudo metitur altitudinem tabulæ. Capiti summi axis addatur pendulum, seu vectis, seu manubrium instar penduli, quod

ul-

ultra, citraque ductum oscillationes alternas in tabulam inducat, ut dum latus C D extollitur, deprimatur A B, & vice versa, depresso C D, assurgat A B. Ope penduli assurgat itaque C D, & in orificium canalis D E introducatur sphærula: ea descendet motu accelerato in E, & fortasse angulum trajiciet: assurgente A B descendet sphærula in F, & sic deinceps in G, in H, in K, in C, hoc est in sedem altiorem perpetuo descensu ascendet, sicuti accidit in Cochlea vulgari propter ascensum communem plano, & sphærulæ, majorem descensu proprio ipsius sphærulæ. Utrum, aqua solido suffecta, res sit habitura successum eumdem, anceps hæreo. Multa sunt, quæ me dubitantem efficiunt. Cæterum hæ, & aliæ his affines machinæ ad similitudinem Cochleæ vulgaris inventæ plus habent in fronte speciei, quam in recessu utilitatis, atque usus; propterea Archimedis Cochleam reliquis præferendam autumo.

FINIS.

Tab: I.



Tab. II.

